UNIVERSIDAD NACIONAL

“SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO”

FÍSICA GENERAL I

PARA ESTUDIANTES DE CIENCIAS E INGENIERÍA

Mag. Optaciano L. VÁSQUEZ GARCÍA

Profesor de Física de la Facultad de Ciencias

HUARAZ – PERÚ

2010

CAPITULO IV

CINÉTICA DE UNA PARTICULA: Segunda ley de Newton

4.1 INTRODUCCIÓN.

En el capítulo relativo a la cinemática, se describió el movimiento de las partículas sin tener en cuenta las causas que la producen, relacionando la posición, desplazamiento, velocidad y la aceleración con el tiempo. Sin embargo, es muy importante responder a muchas preguntas relacionadas con las causas que originan los movimientos. Algunas de éstas pueden ser: ¿qué mecanismo produce el movimiento?; ¿porqué un cuerpo lanzado sobre una superficie horizontal se detiene?, ¿porqué los electrones alrededor del núcleo giran describiendo orbitas?; ¿porqué oscilan los péndulos?. Las respuestas a estas y otras preguntas serán respondidas en éste capítulo.

Por nuestra experiencia diaria sabemos que el movimiento de los cuerpos es el resultado de sus *interacciones* con los demás cuerpos que lo rodean. Estas interacciones pueden describirse por un concepto matemático denominado *fuerza*.

La cinética básicamente estudia la relación entre las fuerzas y los cambios que originan en el movimiento de las partículas. En este capítulo se estudiará se estudiará el cambio en el movimiento de las partículas aplicando los conceptos de masa y fuerza. Posteriormente, se estudiarán las tres leyes de Newton aplicándola en la descripción del movimiento.

4.2 CONCEPTO DE FUERZA Y MASA.

La idea de **fuerza** está relacionada con muchas actividades del quehacer cotidiano. Así por ejemplo cuando el hombre jala de la cuerda, ejerce una fuerza sobre el cuerpo como se muestra en la figura 4.1a. También se ejerce fuerza cuando el bate golpea un balón (figura 4.1b). Estos ejemplos muestran que la fuerza se encuentra asociada a una actividad muscular y algún cambio en el estado de movimiento de un cuerpo. Sin embargo, en la naturaleza existen muchas fuerzas que no producen movimiento macroscópico, una de estas fuerzas es la fuerza gravitacional que actúa sobre el cuerpo de una persona sentada cómodamente en un sillón. Por otro lado, cabe hacerse la pregunta ¿Qué fuerza hace que un cuerpo celeste distante vague libremente por el espacio?. Fue Newton quien contestó a esta pregunta afirmando que el cambio en la velocidad de un cuerpo es provocado por una fuerza. Por lo tanto, si un cuerpo se mueve con velocidad constante, no es necesaria fuerza alguna para mantenerlo en movimiento. Esto indica que ***una fuerza es la causa capaz de producir un cambio en la velocidad, es decir, producir su aceleración.***

(a) (b)

Figura 4.1 ***(a) La fuerza T aplicada por el hombre al extremo de la cuerda es transmitida al otro lado de la polea y permite subir al bloque, (b) Al aplicar la fuerza a la pelota usando el bate, se cambia la dirección de movimiento de la pelota***

Por otro lado, si sobre un cuerpo actúan varias fuerzas simultáneamente, el cuerpo se acelerará si la fuerza resultante o fuerza neta que actúa sobre el cuerpo es diferente de cero. Si la resultante de esta fuerza es nula, entonces la aceleración también será nula, y la velocidad del cuerpo será constante. Es decir, si la fuerza neta que actúa sobre un objeto es cero, entonces el objeto permanecerá en reposo o se moverá con velocidad constante en línea recta. ***Cuando la velocidad del cuerpo es constante o cuando el cuerpo se encuentra en reposo, se dice que el cuerpo se encuentra en equilibrio***.

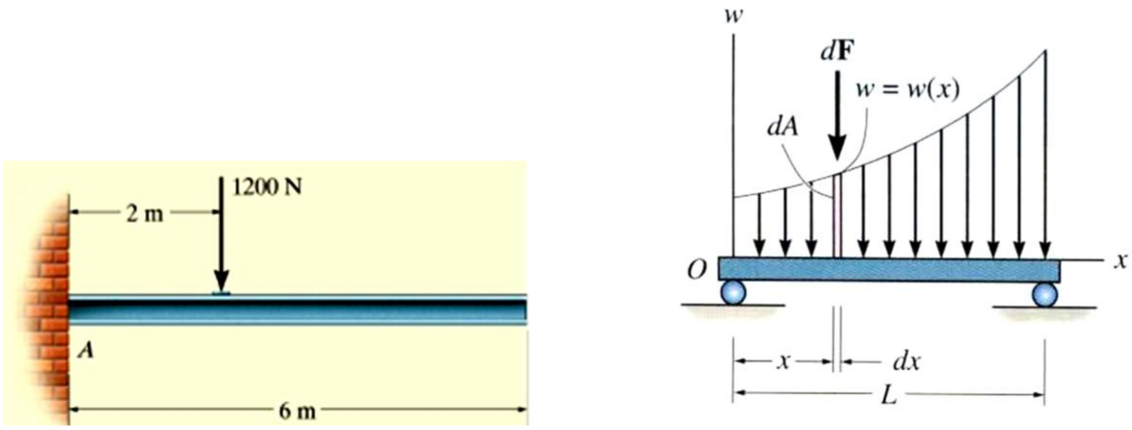
Debe observarse además que la aplicación de fuerzas sobre un cuerpo produce deformaciones, las mismas que pueden llegar a ser transitorias o permanentes dependiendo de la intensidad de dichas fuerzas aplicadas, como es el caso del choque de dos automóviles.

La palabra *masa* es muy familiar al igual que la fuerza. Si por ejemplo, un masivo supertanque es aquel que contiene una enorme cantidad de materia. Como veremos más adelante, es muy difícil detener a un cuerpo masivo o es muy difícil poner en movimiento a un cuerpo que posee una gran masa. En comparación un peine es cuerpo que posee una cantidad pequeña de masa. El énfasis aquí es la cantidad de masa y no la idea de dirección carece de importancia. Por lo tanto la masa es una cantidad escalar.

4.3 LAS FUERZAS DE LA NATURALEZA.

4.3.1 Fuerzas de contacto.

La mayor parte de fuerzas actuando sobre cuerpos que observamos en la naturaleza son las fuerzas de contacto ejercidas por ejemplo por resortes, cuerdas, y superficies en contacto mecánico directo con el cuerpo. Son el resultado de las fuerzas moleculares ejercidas por las moléculas de un cuerpo sobre las moléculas del otro. En todos los casos, estas fuerzas están distribuidas sobre el área de contacto. En particular si esta área es pequeña en comparación con el área total del cuerpo, entonces puede ***idealizarse*** como una sola ***fuerza concentrada*** la cual se encuentra aplicada en un punto del cuerpo (figura 4.2a). Un ejemplo de esto podría ser la fuerza que el suelo ejerce sobe la llanta de un automóvil. Por otro lado, si las fuerzas actúan a lo largo de una longitud, la fuerza puede idealizarse como una fuerza linealmente distribuida *w(s)*. La carga a lo largo de la longitud de una viga es un ejemplo típico de esta idealización (figura 4.2b). ***La fuerza resultante $\vec{F}$ de w(s) es equivalente al área bajo la curva de carga distribuida y esta resultante actúa a través del centroide C.***



(a) (b)

Figura 4.2. ***(a) Fuerza concentrada aplicada a la viga, (b) fuerza distribuida linealmente sobre la viga***

4.3.2. Fuerzas de cuerpo.

Una fuerza de cuerpo se desarrolla cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro cuerpo sin entrar en contacto mecánico directo. Estas fuerzas pueden ser.

4.3.2.1 La fuerza gravitacional.

Es la más débil de las cuatro interacciones fundamentales. Se considera despreciable cuando las partículas en interacción son partículas fundamentales (electrones, protones, etc). Es difícil observarlo entre cuerpos de la vida diaria. Sin embargo, es de gran importancia cuando se estudia las interacciones entre cuerpos de gran masa (figura 4.3a), tales como los planetas, satélites y estrellas. La fuerza gravitacional es la liga a nuestro planeta y el sistema solar. La fuerza gravitacional juega un papel importante en la evolución de las estrellas y en el comportamiento de las galaxias.

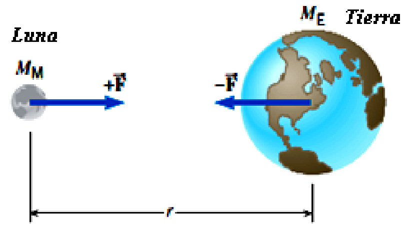
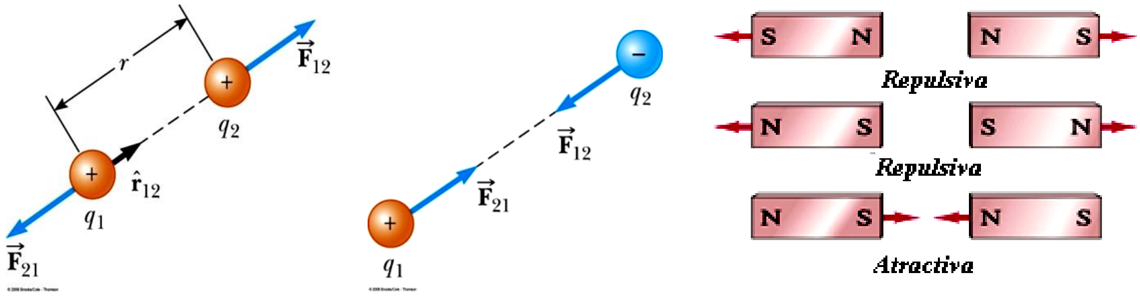


Figura 4.3 *La fuerza gravitacional entre la tierra y la luna es de acción a distancia*

4.3.2.2 La fuerza electromagnética.

Incluye a las fuerzas eléctricas y a las magnéticas. La fuerza eléctrica se debe a la interacción entre cargas eléctricas, puede ser atractiva o repulsiva (figura 4.4a). La fuerza magnética es originada por las cargas eléctricas en movimiento, es de origen dipolar y generalmente se observa en la interacción de imanes (figura 4.4b), La fuerza electromagnética entre partículas fundamentales es tan intensa comparada con la interacción gravitatoria que ésta última puede despreciarse cuando se estudia partículas cargadas.



(a) (b) (c)

Figura 4.4 ***(a) La fuerza eléctrica entre dos cargas de signos iguales es de carácter repulsivo, (b) la fuerza eléctrica entre dos cargas de signo opuesto es de carácter atractivo y (c) fuerzas magnéticas de carácter repulsivo y atractivo***

4.3.2.3 La interacción nuclear fuerte.

Tiene lugar entre las partículas elementales llamadas *hadrones*, que incluyen a los protones y los neutrones, elementos constituyentes del núcleo atómico. Es la fuerza responsable de mantener unidos a los núcleos. Por ejemplo, los dos protones del átomo de helio se mantienen unidos gracias a la interacción nuclear fuerte impidiendo la repulsión electrostática entre ellos. La interacción nuclear fuerte es de corto alcance, decrece rápidamente con la separación entre las partículas y es despreciable cuando las partículas fundamentales están separadas una distancia del orden de unos pocos diámetros nucleares.

4.3.2.4 La interacción nuclear débil.

También es una interacción de coro alcance, tiene lugar entre electrones y protones o neutrones y es la responsable de la desintegración radioactiva beta.

4.4 PRIMERA LEY DE NEWTON: Ley de inercia.

Antes de enunciar la primera ley de Newton es necesario saber ¿Qué es una partícula libre?. La respuesta a esta pregunta sería que una partícula libre es aquella que no está sometida a interacción alguna. En realidad en la naturaleza no existe partícula libre alguna. Sin embargo, en la práctica, existen algunas partículas que se pueden considerar como libres, ya sea porque se encuentran muy distantes unas de otras o porque sus interacciones con las demás se cancelan dando lugar a una interacción nula.

Por tanto, la primera ley de Newton establece que:

Una partícula libre siempre se mueve con velocidad constante esto es, sin aceleración

Un cuerpo en reposo o en movimiento con velocidad constante en línea recta continuará en dicho estado a menos que sobre ella actúe una fuerza externa neta.

En la figura 4.5 se observa que el bus permanecerá en reposo siempre que exista fuerza externa que la obligue a cambiar de estado y en la figura 4.5b se observa que el bus se moverá en línea recta siempre que no actué fuerza neta que la obligue a cambiar dicho movimiento La tendencia se escribe diciendo que el cuerpo tiene inercia. Por ello la primera ley de Newton se denomina también ley de inercia. En realidad Newton no fue el primero en establecer esta ley. Años antes Galileo, estableció que: *cualquier velocidad una vez impartida sobre un cuerpo en movimiento permanecerá rigurosamente, siempre y cuando las causas de la retardación sean eliminadas.*

Figura 4.5 ***(a) El bus se mantendrá en reposo si no existe fuerza neta que la obligue a cambiar dicho estado, (b) El bus seguirá moviéndose con MRU hasta que el conductor aplique los frenos para detenerlo***

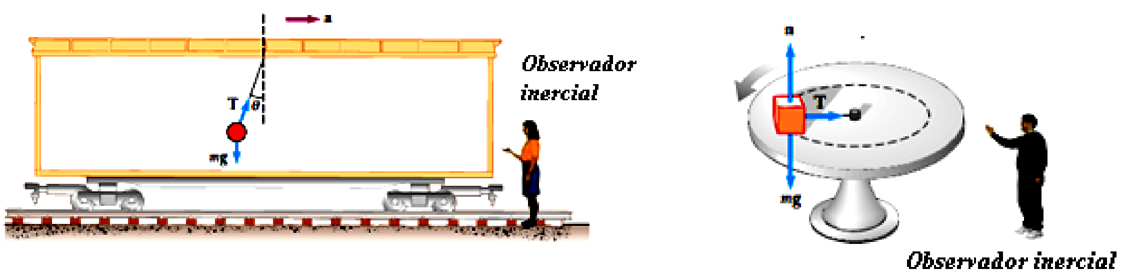
4.5 MARCOS DE REFERENCIA.

Es aquel lugar del espacio en donde en forma real o imaginaria se sitúa un observador para estudiar un fenómeno físico. Convencionalmente al marco de referencia se le asocia un sistema de coordenadas que permite ubica al fenómeno en el espacio y tiempo. Los marcos de referencia pueden ser *inerciales* y *no inerciales*.

4.5.1 Marco de referencia inercial

Es aquel lugar del espacio que se considera en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme, y en el cual se ubica un observador para analizar un movimiento mecánico.

Debido a su rotación diaria y as u interacción con el sol y los demás planetas, la tierra no es un marco inercial de referencia debido a su movimiento orbital alrededor del sol y a su movimiento de rotación alrededor de su propio eje, la tierra experimenta una aceleración centrípeta de aproximadamente $4{,}4.10^{-3}$ m/ s^2 dirigida hacia el sol y un punto en la superficie terrestre (Ecuador) experimenta una aceleración adicional de $3{,}33.\ 10^{-3}$ m/s^2 hacia el centro de la tierra. Sin embargo, estas aceleraciones son pequeñas comparadas por ejemplo con la aceleración de la gravedad por ello a menudo se desprecian. En la mayoría de los casos se supondrá que un observador ubicado en la tierra es un observador inercial. En la figura 4.6, puede observarse que un observador en la superficie terrestre constituye un marco de referencia inercial.



(a) (b)

Figura 4.6 ***(a) El dama ubicado en la tierra es un observador inercial y observa que la esfera de masa m se mueve hacia la derecha debido a la aceleración impartida por la componente tangencial de T, (b) La persona ubicada en tierra también es un observador inercial, el observa que la fuerza que causa el movimiento circular es la tensión T en el cable***

4.5.2 Marco de referencia inercial

Es aquel lugar del espacio en donde se ubica un observador moviéndose con aceleración. Este marco de referencia es utilizado cuando desde la tierra se observa que el cuerpo tiene dos aceleraciones. Debe tenerse en cuenta que para un marco de referencia inercial nos se cumplen las leyes de Newton. En la figura 4.7a y 4.6b se muestra dos marcos de referencia no inerciales-

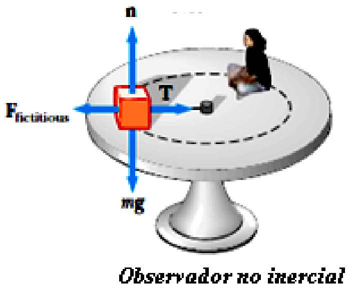


Figura 4.6 ***(a) El dama ubicado en el interior del vagón es un observador no inercial y observa que la esfera de masa m se encuentra en equilibrio, (b) La dama ubicada en el plato giratorio también es un observador no inercial, ella observa que el bloque se encuentra en equilibrio***

4.6 MOMENTO LINEAL.

El momento lineal de una partícula es una cantidad vectorial definida como el producto de su masa por su velocidad lineal, esto es

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

El momento lineal es una cantidad muy importante pues combina dos elementos que caracterizan el estado dinámico de una partícula: su masa *m* y su velocidad $\vec{v}$ como se muestra en la figura 4.8. Sus unidades en el sistema internacional se expresan en ***kg.m/s***.

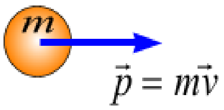


Figura 4.8 ***Partícula que se mueve con una cantidad de momento p =*** *mv*.

4.7 CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL.

Consideremos dos partículas aisladas sujetas únicamente a su interacción mutua como se muestra en la figura 4.9. Debido a su interacción, sus velocidades camban con el tiempo, siendo sus trayectorias en general curvas. En cierto instante *t*, la partícula de masa m_1 se encuentra en la A moviéndose con una velocidad $\vec{v}_1$ y la otra de mas m_2 se encuentra en B moviéndose con una velocidad $\vec{v}_2$. En un instante posterior *t'* dichas partículas se encuentran en las posiciones A y B moviéndose con velocidades $\vec{v}_1'$ y $\vec{v}_2'$, respectivamente. Entonces el momento lineal del sistema en el instante *t*, será

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \qquad (4.2)$$

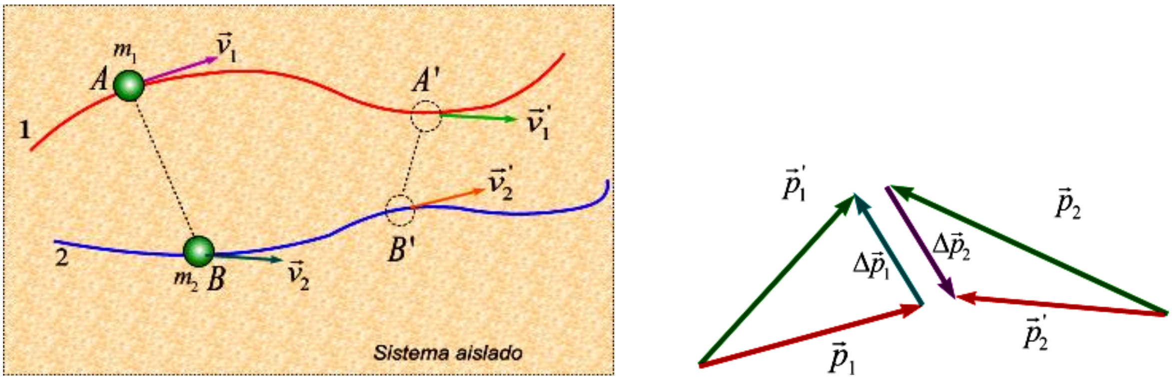
Y el momentum lineal del sistema formado por estas dos partículas en un instante posterior *t'* será

$$\vec{p}\,' = \vec{p}_1^{\,'} + \vec{p}_2^{\,'} = m_1\vec{v}_1^{\,'} + m_2\vec{v}_2^{\,'} \qquad (4.3)$$

Un resultado muy importante de nuestras observaciones es que siempre se cumple que

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1^{\,'} + \vec{p}_2^{\,'}$$
$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1^{\,'} + m_2\vec{v}_2^{\,'} \qquad (4.4)$$

La ecuación (4.4) constituye la conservación del momento lineal, es decir: ***El momento lineal de un sistema aislado formado por dos partículas sometidas a su interacción mutua permanece constante***.



(a) (b)

Figura 4.9. ***Sistema aislado formado por dos partículas que permiten verificar el principio de conservación del momento lineal. (b) toda interacción da lugar a un intercambio de momento***

Aún cuando este principio ha sido demostrado para dos partículas, éste principio se cumple también para un sistema aislado de partículas, es decir

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_i + ... + \vec{p}_n = \sum \vec{p}_i = cons\tan te \qquad (4.5)$$

Analizando la ecuación (4.4) se observa que el cambio de momento de una partícula durante un intervalo de tiempo es igual y opuesto al cambio de momento de la segunda partícula en el mismo intervalo de tiempo, esto es

$$(\vec{p}_1^{\,'} - \vec{p}_1) = -(\vec{p}_2^{\,'} - \vec{p}_2)$$
$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \qquad (4.6)$$

Este resultado muestra que ***una interacción entre dos cuerpos produce in intercambio de momento.*** Es decir el *momento ganado* por una partícula es igual y opuesto al *momento perdido* por la otra (véase la figura 4.9b)

4.8 MASA INERCIAL.

Si se quiere cambiar el estado de reposo y/o movimiento de un cuerpo, éste se resistirá al cambio. La resistencia de un cuerpo al cambio de su estado de movimiento se denomina ***inercia***. Por ejemplo consideremos dos bloques sólidos grandes de igual tamaño, uno de madera seca y el otro de metal. Si se quiere mover los bloques sobre la superficie horizontal áspera, se requiere más esfuerzo para poner en movimiento al bloque metálico que al de madera. Es es decir, el bloque de metal tiene mayor inercia que el bloque de madera.

La masa es una propiedad intrínseca de la materia que mide su inercia o su resistencia a su aceleración. Si se quiere medir la masa de un cuerpo basta con comparar las aceleraciones que con una fuerza dada produciría sobre cuerpos diferentes. Sin embargo, si una fuerza, que actúa sobre un cuerpo de masa m_1 le produce una aceleración a_1, la misma fuerza aplicada a un cuerpo de masa m_2 le producirá una aceleración a_2. La razón entre las dos masas se define como la razón inversa de las magnitudes de las aceleraciones producidas por la misma fuerza. Esto es

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_1}{a_2} \qquad (4.7)$$

Si la masa de uno de los cuerpos es conocida, se puede calcular la masa del segundo comparando sus aceleraciones que le produce la aplicación de una fuerza.

4.9 SEGUNDA LEY DE NEWTON.

La primera ley de Newton explica lo que le sucede a un cuerpo cuando la resultante de todas las fuerzas externas aplicadas a un cuerpo es nula. La segunda ley de Newton responde a la pregunta de qué le sucede a un cuerpo que se encuentra sometido a una fuerza resultante diferente de cero. Para llegar a formular esta ley se parte de la ecuación (4.4), es decir, se divide a ella entre el intervalo de tiempo Δt, obteniendo

$$\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t} \qquad (4.8)$$

Esta ecuación indica que las variaciones promedio respecto del tiempo del momento lineal de dos partículas son de igual magnitud pero de de sentido opuesto.

Si el intervalo de tiepo se hace cada vez más y más pequeño la ecuación (4.8) se escribe

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t} = -\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t} \qquad (4.9)$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt} \qquad (4.10)$$

Es decir, las variaciones instantáneas del momento de las partículas en cualquier instante t, son iguales y opuestas. Desinando a la razón de cambio del momento de una partícula como la fuerza producida por la interacción con la otra, se tiene

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \qquad (4.11)$$

La ecuación (4.11) representa el enunciado matemático de la segunda ley de Newton la misma que establece: ***La razón de cambio del momento lineal de una partícula es igual a la fuerza resultante que actúa sobre ella.***

Teniendo en cuenta que $\vec{p} = m\vec{v}$, la ecuación (4,11) puede escribirse en la forma

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \qquad (4.12)$$

Para cuerpos cuya masa no varía cuando se mueven, esto es la masa se mantiene constante, se tiene

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\,\vec{a} \qquad (4.13)$$

Ecuación que establece que si un cuerpo de masa constante se encuentra sometido a la acción de una fuerza resultante diferente de cero, dicha fuerza es igual al producto de su masa por la aceleración que le provoca su aplicación de dicha fuerza.

4.10 FUERZA DEBIDO A LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD.

La fuerza más conocida en nuestra vida cotidiana es la fuerza debido a la atracción gravitacional que la tierra ejerce sobre su superficie o a alturas pequeñas comparadas con el radio de la tierra. Esta fuerza se denomina ***peso de un cuerpo*** y se representa en este trabajo como $\vec{W}$. Esta fuerza siempre se encuentra dirigida hacia el centro de la tierra como se muestra en la figura 4.10.

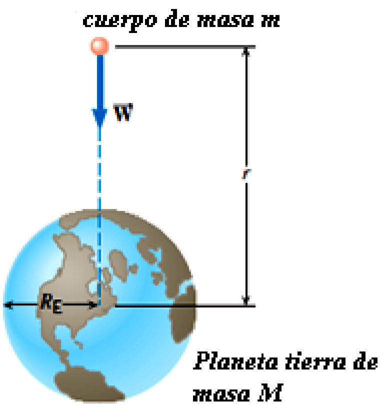


Figura 4.10 ***Fuerza sobre un cuerpo (peso) a una altura pequeña***

Se ha visto anteriormente que cuando un cuerpo cae libremente experimenta una aceleración de la gravedad $\vec{g}$, aceleración que se encuentra dirigida hacia el centro del planeta. Al aplicar la segunda ley de Newton ala cuerpo en caída, se tiene

$$\vec{W} = m\ \vec{g} \qquad (4,14)$$

Debido a que el peso depende de la aceleración de la gravedad y esta varía con la altura y con el lugar donde se mida, entonces, el peso también variará con la ubicación geográfica. Es decir, el peso a diferencia de la masa no es una propiedad intrínseca de la materia.

4.11 TERCERA LEY DE NEWTON .

Newton formuló una tercera ley, tan trascendente en su significación física como las anteriores. Esta ley establece que: ***si dos cuerpos interactúan entre sí, la fuerza que ejerce el cuerpo A sobre el cuerpo B es igual y opuesta a la fuerza que ejerce el cuerpo B sobre el cuerpo A.*** Es decir

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \qquad (4.15)$$

Esta ley mostrada en la figura 4.8, equivale a afirmar que las fuerzas siempre aparecen en parejas. La fuerza que ejerce el primero sobre el segundo se denomina *acción* y al fuerza que ejerce el segundo sobre el primero se denomina *reacción*. Las fuerzas de acción y reacción tienen igual magnitud y dirección pero sentido opuesto

$$\left|\vec{F}_{AB}\right| = \left|\vec{F}_{BA}\right| \qquad (4.16)$$

En todos los casos, las fuerzas de acción y reacción no se aplican en el mismo cuerpo, es decir actúan en cuerpos diferentes.

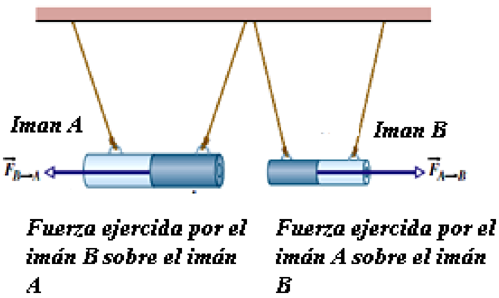


Figura 4.11. ***(a) Fuerzas de acción y reacción entre dos imanes cuyos polos enfrenados son del mismo signo, (b) la fuerza de acción que el astronauta ejerce sobre la nave es la acción y la fuerza que ejerce la nave sobre el piloto es la reacción***

4.12 ECUACIONES DE MOVIMIENTO.

Si una partícula de masa m interactúa con otras partículas de masas m_1, m_2,…. m_n. Cada partícula al interactuar con la partícula de masa m ocasiona un intercambio de momento caracterizado por la fuerza ejercida sobre m. El cambio total de momento será

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots\ldots + \vec{F}_i + \ldots\ldots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_i \qquad (4.17)$$

Si partícula tiene una masa constante, la ecuación (4.17) puede escribirse en la forma

$$\sum \vec{F}_i = m\,\vec{a} \qquad (4.18)$$

Cuando la partícula se mueve respecto a un marco de referencia inercial x, y, z, las fuerzas así como la aceleración pueden descomponerse en función de sus componentes $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$ como se muestra en la figura 4.11. Es decir

$$\sum \left(F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} \right) = m\left(a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} \right)$$

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z \qquad (4.19)$$

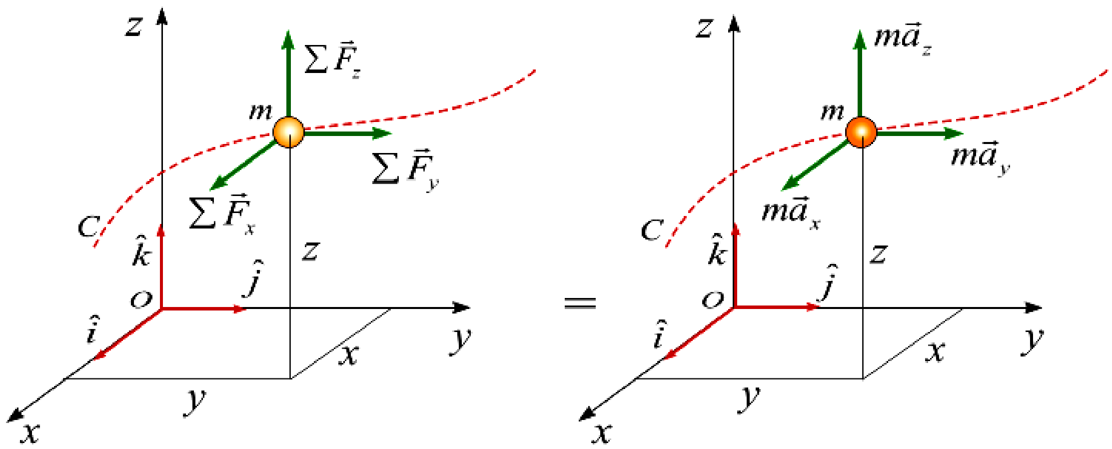


Figura 12. ***Diagrama de fuerzas y aceleraciones en coordenadas ortogonales x, y y z***

4.13 FUERZAS DE FRICCIÓN.

4.13.1 Naturaleza de la fricción

Se denomina *fuerza de fricción* o simplemente *fricción* a la fuerza tangente a la superficie de contacto entre dos cuerpos que tiende a resistir el deslizamiento relativo entre ellos, o a su tendencia. Esta fuerza en general se debe a la interacción entre las moléculas de las superficies de los cuerpos, fuerza que a veces se denomine de cohesión o adhesión.

En muchas situaciones ingenieriles se hace mucho esfuerzo por disminuir la fricción. Por ejemplo, se utiliza aceite con la finalidad de disminuir el desgaste del pistón en un cilindro de combustión interna del motor de un automóvil. Sin embargo, existen otras situaciones en las cuales el rozamiento es absolutamente necesario, una de ellas es en el caso de un movimiento de un auto en una vía, aquí el rozamiento es necesario para que se transmita la tracción necesaria a las llantas del auto y de esta manera se mueve el mismo. De hecho en el diseño de un neumático se tiene en cuenta esta situación. En una carretera húmeda, los espacios en la banda de rodadura tienen canales que recogen el agua y la desvían. Por lo tanto, estos canales en gran medida evitan que el agua entre en el contacto pavimento – neumático disminuyendo de este modo la fricción y ocasionando que el neumático patine sobre el pavimento.

Las superficies que parecen estar muy lisas, cuando se le examinan con un microscopio presentan un conjunto d irregularidades como se muestra en la figura 4.12. El área microscópica de contacto para estos puntos es sustancialmente inferíos a la superficie macroscópica. En estos puntos de contacto las moléculas cercanas experimentan grandes fuerzas intermoleculares atractivas, dando lugar a lo que se denomina *"soldadura en frio"*. Estas fuerzas de rozamiento se asocian con estos puntos de soldadura, pero los detalles exactos de cómo se originan estas fuerzas no está claramente entendido. Sin embargo, se han desarrollada algunas relaciones empíricas que permiten explicar el origen de la fricción.

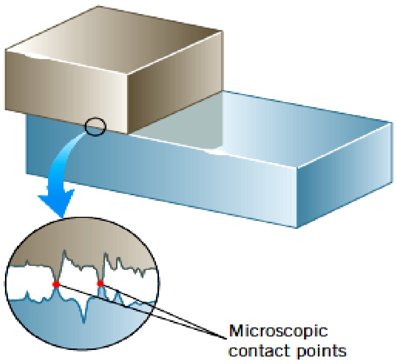


Figura 4.13 **Aun cuando dos superficies altamente pulidas son puestas en contacto, ellas presentan irregularidades en su superficie cuando se observa en un microscopio**

4.13.2 Clases de fricción

En la naturaleza se distinguen tres tipos de rozamiento: rozamiento seco, rozamiento húmedo y rozamiento por rodadura.

4.13.2.1 Rozamiento seco.

También conocido como de Coulomb, es aquel rozamiento que aparece cuando las superficies que interactúan son secas es decir exentas de lubricación. Puede ser

a) ***Rozamiento estático***. Aquel que aparece cuando las superficies de contacto se encuentran en reposo relativo.
b) ***Rozamiento cinético***. Aquella fuerza de rozamiento que aparece cuando las superficies de contacto se encuentran en movimiento relativo.

4.13.2.1 Rozamiento húmedo.

Es aquel rozamiento que se encuentra presente entre capas de fluido que se mueven a distintas velocidades. Este rozamiento es de importancia cuando se estudia el movimiento de fluidos a través de tubos y orificios. También tiene importancia cuando se estudia el movimiento de de un sólido en un fluido, por ejemplo el movimiento de un avión y cuando se estudia el movimiento de mecanismos lubricados por ejemplo el movimiento de los pistones en el motor de un automóvil.

En esta sección nos limitares al estudio de la fricción seca o de Colulomb. Al considerar este tipo de fricción, es necesario tener en cuenta que la fricción se opone al movimiento relativo o a su tendencia al movimiento. Más aún, en el caso de la fricción estática entre las superficies en contacto de los cuerpos aumenta en magnitud en la misma proporción en que lo hace la fuerza externa aplicada y en el caso de la fricción cinética, esta varía con la velocidad.

En la figura 4.13, se observa que al aumentar la fuerza externa $\vec{P}$ a partir de cero, la fuerza de fricción $\vec{F}$ se incrementa progresivamente conforme lo hace la fuerza exterior $\vec{P}$ tratando de mantener al cuerpo en equilibrio evitando de este modo su movimiento. Este equilibrio estático se mantendrá hasta que la fuerza de rozamiento estática alcanza su valor máximo $\vec{F}_m$. Cuando la fricción alcanza su valor máximo si seguimos incrementando la fuerza exterior habrá un movimiento inminente. Si seguimos incrementando la fuerza exterior $\vec{P}$, la fuerza de fricción no puede equilibra a $\vec{P}$ y entonces el cuerpo se moverá sobre la superficie. Tan pronto como el cuerpo se mueve, la magnitud de la fricción disminuye de $\vec{F}_m$ a un valor menor (fricción cinética) la que permanece aproximadamente constante cuando el cuerpo se mueve siempre y cuando la velocidad sea moderada.

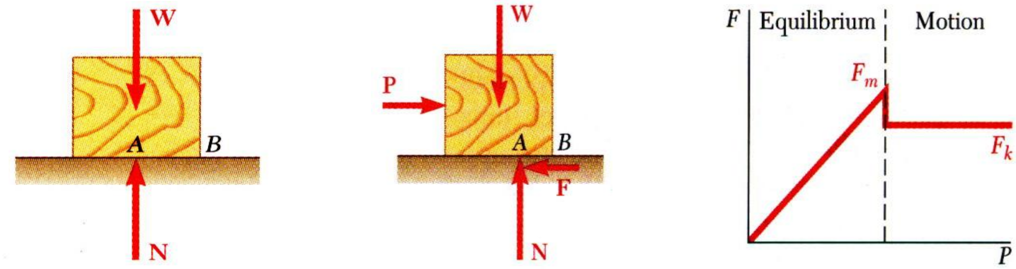


Figura 4.13 ***(a) cuando sobre el bloque no actúa fuerza horizontal externa la fricción es nula, (b) al aplicar una fuerza exterior al principio esta tiende a deslizar siendo el deslizamiento inminente cuando la fuerza de fricción estática alcanza su valor máximo (c) relación fuerza de rozamiento en función de la fuerza externa.***

4.13.3 Leyes de fricción

En el año 1781, C.A. Coulomb publico los resultados de un gran número de experimentos sobre fuerzas de fricción en superficies secas, constituyéndose ahora como las leyes de la fricción.

I. La fuerza de fricción máxima que puede desarrollarse es proporcional a la reacción normal, siendo la constante de proporcionalidad el coeficiente de rozamiento estático (μ_s).

$$F_m = \mu_s N_C \qquad (4.29)$$

Análogamente la magnitud de la fuerza de rozamiento cinética es proporcional a la reacción normal siendo la constante de proporcionalidad el coeficiente de rozamiento cinético (μ_k)

$$F_m = \mu_k N_C \qquad (4.21)$$

II. La fuerza de fricción estática máxima, así como la fricción cinética son independientes del área de las superficies en contacto.
III. La fuerza de rozamiento máxima es mayor que la fuerza de fricción cinética
IV. La fuerza de fricción cinética es independiente de la velocidad del cuerpo siempre que esta sea pequeña

4.13.4 El coeficiente de fricción

El coeficiente de fricción se define como la razón entre la magnitud de la fuerza de fricción **F** y la reacción normal **N** entre las superficies de contacto. Es decir

$$\mu = \frac{F}{N} \qquad (4.22)$$

El coeficiente de fricción es una constante que se determina experimentalmente y depende de los materiales de los cuales están hechos los cuerpos así como de las condiciones o estado de las superficies en contacto. En general se demuestra que

$$\mu_s > \mu_k$$
$$\mu_k \cong 0,75\mu_s \qquad (4.23)$$
$$0 < \mu_s \leq 1 \;\; \text{y} \quad 0 < \mu_k \leq 1$$

En la Tabla 4.1 se muestra el coeficiente de rozamiento estático y cinético para algunas superficies en contacto

Tabla 4.1 ***Valores aproximados de coeficientes de fricción estática para superficies secas***

Tipo de superficie en contacto	**Coeficiente de rozamiento estático**
Metal sobre metal	0,15-0,60
Metal sobre madera	0,20-0,60
Metal sobre piedra	0,30-0,70
Metal sobre cuero	0,30-0,60
Madera sobre madera	0,25-0,50
Madera sobre cuero	0,25-0,50
Piedra sobre piedra	0,40-0,70
Tierra sobre tierra	0,20-1,00
Caucho sobre hormigón	0,60-0,90

De lo señalado anteriormente parece darse cuatro situaciones diferentes cuando un cuerpo sólido está en contacto con una superficie horizontal.

1. La fuerza aplicada al cuerpo no tiende a mover al cuerpo a lo largo de la superficie, en este caso la fricción es cero (figura 4.14a).

2. La fuerza aplicada exteriormente al cuerpo tiende a mover al cuerpo, pero no es lo suficientemente grande para iniciar el movimiento. En este caso la fuerza de fricción se determina aplicando las ecuaciones de equilibrio en la dirección horizontal (figura 4.14b)

3. La fuerza exterior aplicada es tal que el cuerpo está a punto de iniciar su movimiento. En este caso se dice que el movimiento es inminente. La fuerza de rozamiento F ha alcanzado su valor máximo $\vec{F} = \vec{F}_m$ y conjuntamente con la reacción normal equilibran a la fuerza exterior aplicada. En estas condiciones se cumple que $F_m = \mu_s N_C$. Se debe tener en cuenta además que la fricción se opone al movimiento inminente (figura 4.14c).

4. El cuerpo se desliza bajo la acción de la fuerza externa. En este caso la fricción es cinética y se aplica la ecuación $F_k = \mu_k N_C$. El sentido también es opuesto al movimiento relativo

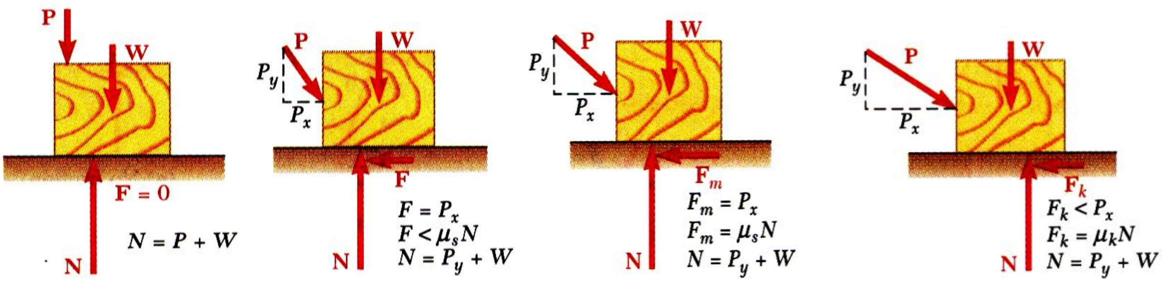


Figura 4.14. ***(a) Sin rozamiento, (b) no hay movimiento (P_x < F), (c) movimiento inminente hacia la derecha (P_x = F_m) y (d) Movimiento relativo (P_x > F_m).***

4.13.4 Ángulos de rozamiento

A veces es necesario remplazar la fuerza de fricción y la reacción normal por su resultante $\vec{R}$. para determinar el ángulo de rozamiento consideramos nuevamente el caso del bloque de peos W descansando sobre la superficie horizontal rugosa. Cuando no se aplica fuerza externa horizontal la resultante $\vec{R}$ queda reducida al peo mas la reacción normal (figura 4.15a). Si ahora se aplica una fuerza cuya componente horizontal es P_x la cual tiene a mover al bloque hacia la derecha (figura 4.14b), la fuerza resultante $\vec{R}$ estará inclinada y forma un ángulo con la vertical. Si seguimos incrementando el valor de F de tal manera que también crece la componente horizontal hasta llegar a alcanzar el movimiento inminente el ángulo entre $\vec{R}$ y la vertical también crece y alcanza un valor máximo. A este valor se le denomina ángulo de rozamiento estático y se da el nombre de ϕ_s. de la geometría de la figura 4.15c, se deduce que

$$tg\phi_s = \frac{F_m}{N_C} = \frac{\mu_s N_C}{N_C}$$

$$tg\phi_s = \mu_s \qquad (4.24)$$

Por otro lado cuando hay movimiento el módulo de la fuerza de fricción disminuye hasta alcanzar la fuerza de rozamiento cinética F_k. de tal manera que el ángulo de rozamiento también disminuye hasta alcanzar el valor ϕ_k llamado ángulo de rozamiento cinético. De la geometría de la figura 4.15d se tiene.

$$tg\phi_s = \frac{F_k}{N_C} = \frac{\mu_k N_C}{N_C}$$

$$tg\phi_k = \mu_k \qquad (4.25)$$

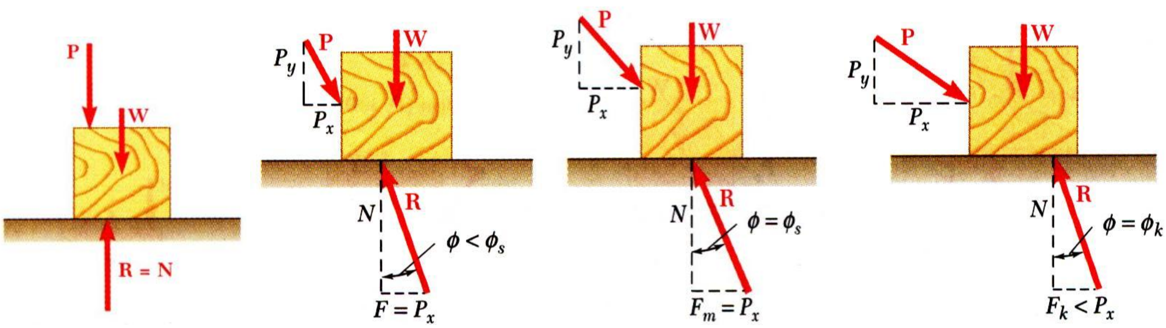


Figura 4.15. *(a) Si la fuerza externa es perpendicular al plano el rozamiento es nulo, (b) al aplicar la fuerza exterior todavía no hay movimiento el ángulo de rozamiento* $\phi < \phi_s$ *(c) Al seguir aumentando la fuerza externa el rozamiento también aumenta hasta alcanzar su valor máximo es decir, el movimiento inminente es hacia la derecha en este caso* $\phi = \phi_s$ *y (d) Movimiento relativo* $\phi = \phi_k$

4.13.5 Fuerzas de fricción en fluidos.

Si un cuerpo se mueve a una velocidad relativamente baja en el interior de un fluido líquido o gaseoso, la fuerza de fricción puede considerarse aproximadamente proporcional a la velocidad instantánea y de sentido opuesta a ella, cuya expresión matemática será

$$\vec{F}_v = -\kappa\eta\vec{v} \qquad (4,26)$$

El coeficiente κ depende de la geometría del objeto móvil. Por ejemplo si el cuerpo que se mueve tiene simetría esférica de radio R, la ley de Stokes establece que

$$\kappa = 6\pi R \qquad (4.27)$$

El coeficiente η se denomina coeficiente de viscosidad cinética la misma que depende de la fricción interna del fluido expresada n $kg.m^{-1}.s^{-1}$ o en $g.cm^{-1}s^{-1}$ unidad llamada POISE. Debe señalarse además que el coeficiente de viscosidad depende de la temperatura, disminuyendo en los líquidos cuando se incrementa la temperatura y aumentando en los gases cuando se aumenta la temperatura.

Cuando un cuerpo esférico se desplaza a través de un fluido viscoso bajo la acción de una fuerza F como su peso (véase la figura 4.16a), la aplicación de la segunda ley de Newton nos da

$$\downarrow \sum F_y = m\, a_y$$

$$W - F_v = m\, a$$

$$m\, g - \kappa\, \eta\, v = m\, a \qquad (4.28)$$

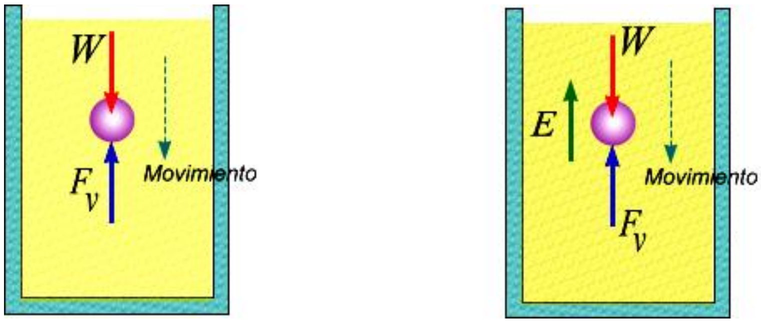


Figura 4.16 (***a) Movimiento de una esfera en el interior de un fluido viscoso despreciando el empuje hidrostático, (b) movimiento de la esfera en un fluido viscoso teniendo en cuenta el empuje hidrostático***

Debido a que el peso de la esfera se mantiene constante, la aceleración a produce un aumento continuo de la velocidad v y por tanto un aumento en la fricción de tal modo que eventualmente las fuerzas del lado izquierdo de la ecuación se equilibran ocasionando que la aceleración se anule. De este modo la esfera se mueve a rapidez contante a partir de este instante. A esta velocidad se le llama ***velocidad límite*** o ***velocidad terminal***, la cual estará expresada por la ecuación

$$m\, g - \kappa\, \eta\, v_L = 0$$

$$v_L = \frac{m\, g}{\kappa\, \eta} \qquad (4.29)$$

La ecuación (4.29) debe corregirse cuando se considera el empuje hidrostático ejercido por el fluido, el cual según el principio de Arquímedes es igual al peso del fluido desalojado ($E = m_f g$) dirigido hacia arriba. En este caso la fuerza resultante hacia abajo será

$$m\, g - m_f g - \kappa\, \eta\, v_L = 0 \qquad (4.30)$$

Como la partícula es esférica cuya masa es $m = \rho(4\pi R^3/3)$, entonces la ecuación anterior se escribe

$$6\pi R\, \eta\, v_L = \frac{4\pi g\, R^3}{3}\ \rho - \rho_f$$

$$v_L = \frac{2}{9}\frac{g\, R^2}{\eta}\ \rho - \rho_f \qquad (4.31)$$

4.13 DINÁMICA DE MOVIMIENTO CURVILÍNEO: Coordenadas normal y tangencial

Cuando una partícula se mueve en una trayectoria curvilínea, las ecuaciones de movimiento pueden expresarse en función de dos componentes, una dirigida a lo largo de la tangente denominada fuerza tangencial y la otra dirigida hacia el centro de curvatura denominada fuerza centrípeta como se muestra en la figura 4.17

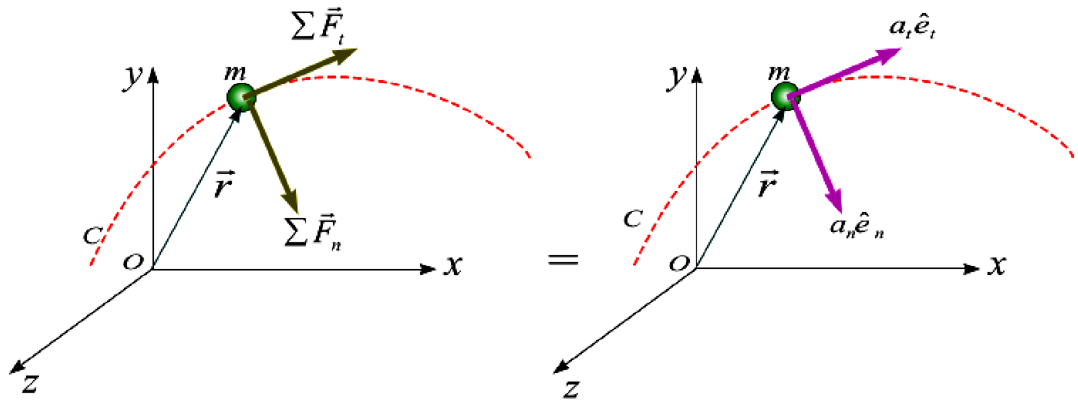


Figura 4.17 ***Partícula en movimiento curvilíneo sometida a una fuerza resultante que ha sido descompuesta según las direcciones normal y tangencial***

Es decir la aplicación de la segunda ley de Newton conduce a la ecuación

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$\sum \left(F_t\hat{e}_t + F_n\hat{e}_n \right) = m\left(a_t\hat{e}_t + a_n\hat{e}_n \right) \qquad (4.32)$$

Como las componentes respectivas según las direcciones normal y tangencial deben ser equivalentes, la ecuación anterior se escribe

$$\sum F_t = m\,a_t = m\frac{dv}{dt} \qquad (4.33)$$

$$\sum F_n = m\,a_n = m\frac{v^2}{\rho} \qquad (4.34)$$

La primera de estas ecuaciones indica que el cambio en la magnitud de la velocidad es producida por la resultante de las fuerza en la dirección tangencial y la segunda indica que el cambio en la dirección de la velocidad es la resultante de las fuerzas en dirección normal o centrípeta

Si el movimiento es circular su radio de curvatura será el radio R de la circunferencia que describe la partícula y su velocidad lineal será $v = \omega R$, entonces las ecuaciones de movimiento se escriben

$$\sum F_t = m\,a_t = m\frac{dv}{dt}$$

$$\sum F_n = m\,a_n = m\omega^2 R \qquad (4.35)$$

En el caso que el movimiento sea circular uniforme la única aceleración que existe es la aceleración normal o centrípeta, en este caso la aceleración total será $\vec{a} = m\vec{\omega}x\vec{v}$ y la ecuación de movimiento será

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a} = m\left(\vec{\omega}\ x\ \vec{v} \right)$$

$$\sum \vec{F} = \vec{\omega}\ x\ \vec{p} \qquad (4.36)$$

4.14 DINÁMICA DE MOVIMIENTO CURVILÍNEO: Coordenadas radial y transversal

Cuando una partícula se mueve en una trayectoria curvilínea, las ecuaciones de movimiento pueden expresarse en función de dos componentes, una dirigida a lo largo de la dirección radial y otra en dirección transversal como se muestra en la figura 4.19

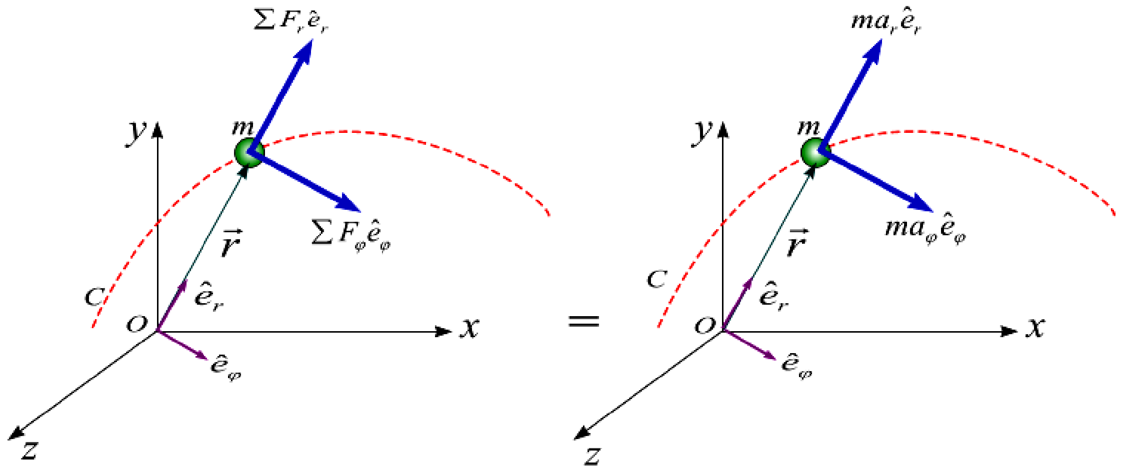


Figura 4.18 ***Partícula en movimiento curvilíneo sometida a una fuerza resultante que ha sido descompuesta según las direcciones radial y transversal***

Es decir la aplicación de la segunda ley de Newton conduce a la ecuación

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$\sum\; F_r\hat{e}_r + F_\varphi\hat{e}_\varphi \;= m\;\; a_r\hat{e}_r + a_\varphi\hat{e}_\varphi \qquad (4.37)$$

Como las componentes respectivas según las direcciones normal y tangencial deben ser equivalentes, la ecuación anterior se escribe

$$\sum F_r = m\,a_r = m\;\; \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \qquad (4.38)$$

$$\sum F_\varphi = m\,a_\varphi = m\;\; 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi} \qquad (4.39)$$

4.15 DINÁMICA DE MOVIMIENTO CURVILÍNEO: Coordenadas cilíndricas

Cuando una partícula se mueve en una trayectoria curvilínea, las ecuaciones de movimiento pueden expresarse en función de dos componentes, una dirigida a lo largo de la dirección radial y otra en dirección transversal como se muestra en la figura 4.18

Es decir la aplicación de la segunda ley de Newton conduce a la ecuación

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$\sum\; F_r\hat{e}_r + F_\varphi\hat{e}_\varphi + F_z\hat{e}_z \;= m\;\; a_r\hat{e}_r + a_\varphi\hat{e}_\varphi + a_z\hat{e}_z \qquad (4.40)$$

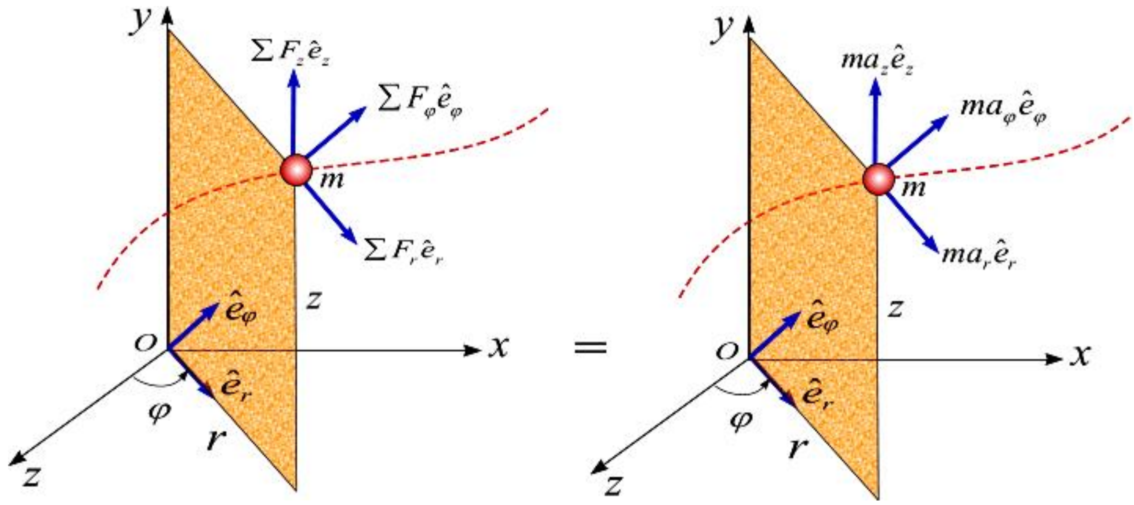


Figura 4.18 ***Partícula en movimiento curvilíneo sometida a una fuerza resultante que ha sido descompuesta según las direcciones radial y transversal***

Como las componentes respectivas según las direcciones normal y tangencial deben ser equivalentes, la ecuación anterior se escribe

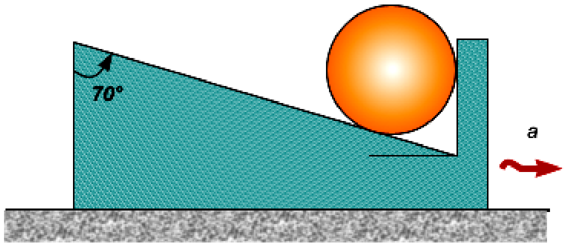
$$\sum F_r = m\, a_r = m\;\; \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \qquad (4.42)$$

$$\sum F_\varphi = m\, a_\varphi = m\;\; 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi} \qquad (4.43)$$

$$\sum F_z = m a_z \qquad (4.44)$$

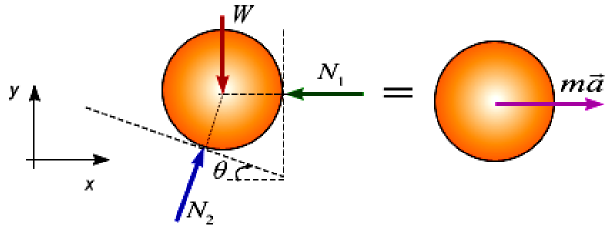
Problema 01

Una esfera de masa *m*, se encuentra sobre un bastidor como se muestra en al figura. Si la superficie inclinada es lisa, determine el valor de la aceleración máxima que puede tener el bastidor a condición de que la esfera no escape.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la esfera. Las fuerzas que actúan sobre ella son su peso W, la fuerza que ejerce el extremo derecho del bastidor N_1 y la fuerza que ejerce sobre la esfera el plano inclinado del bastidor N_2.



Aplicando las ecuaciones de movimiento tenemos.

$$\sum F_x = ma_x$$

$$N_2 sen\theta - N_1 = ma_x$$

$$\sum F_y = ma_y$$

$$N_2 \cos\theta - W = m(0)$$

$$N_2 = \frac{mg}{\cos\theta}$$

Remplazando la ecuación (2) en (1), resulta

$$mgtg\theta - N_1 = ma_x$$

El valor de la aceleración máxima para que la esfera no escape del bastidor se obtiene haciendo $N_2 \approx 0$, entonces la ecuación (3) se escribe en la forma.

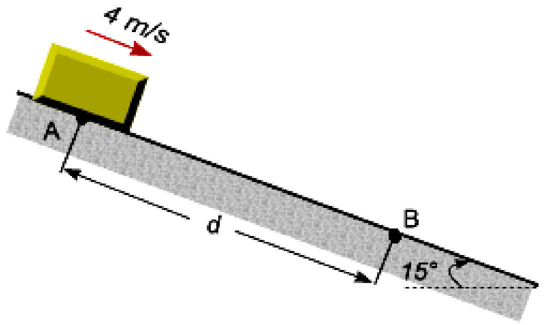
$$mgtg\theta - 0 = ma_x$$

$$a_{\max} = 9,81 tg 20°$$

$$a_{\max} = 3,57 m/s^2$$

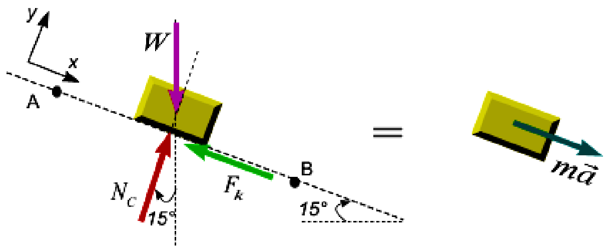
Problema 02

Un paquete de 5 kg se lanza por un plano inclinado con una velocidad inicial de 4 m/s. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el paquete y el plano inclinado es 0,35. Determine: (a) la velocidad del bloque a los tres segundos de iniciarse el movimiento; (b) la distancia a la cual el paquete se detiene.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la bloque. Las fuerzas que actúan sobre él son su peso W, la fuerza que ejerce sobre la bloque el plano inclinado del bastidor N_C y la fuerza de fricción cinética F_k.



Aplicando las ecuaciones de movimiento tenemos.

$$\sum F_x = ma_x$$

$$Wsen15° - F_k = ma_x$$

$$mgsen15° - \mu_k N_C = ma_x \qquad (1)$$

$$\sum F_y = ma_y$$

$$N_C - W\cos 15° = m(0)$$

$$N_C = mg\cos 15° = 5(9,81)\cos 15°$$

$$N_C = 47,38 N \qquad (2)$$

Remplazando la ecuación (2) en (1), resulta

$$5(9,81) sen15° - 0,35(47,39) = 5a_x$$

La aceleración es entonces

$$a_x = -0,78 m/s^2$$

Parte (a). La velocidad del paquete después de 3 s.

Como la aceleración es constante y la velocidad inicial es *4 m/s*, la velocidad del bloque será.

$$v_B = v_A + at$$
$$= 4m/s + (-0,78 m/s^2)(3s)$$
$$v_B = 1,66 m/s \qquad \text{Rta.}$$

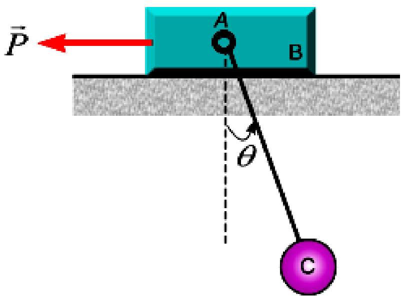
Parte (b) Cálculo de la distancia recorrida por el paquete hasta detenerse.

Como el movimiento es con aceleración constante y la velocidad en A es 4 m/s y en B nula se tiene

$$v_B^2 = v_A^2 + 2ad_{AB}$$
$$0 = 4^2 + 2(-0,78 m/s^2)d$$
$$d = 10,27 m \qquad \text{Rta.}$$

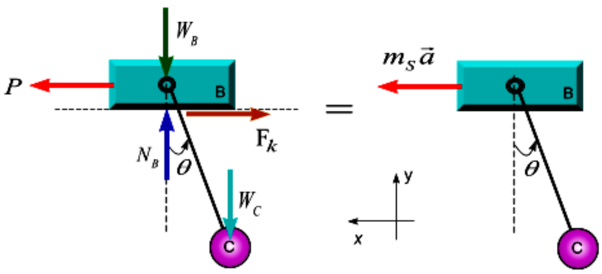
Problema 03.

En la figura se representa una esfera homogénea C de 5 kg suspendida de un cuerpo B de 20 kg mediante una cuerda fija en el punto A. El movimiento del sistema es tal que el ángulo $\theta = 30°$ se mantiene constante cuando la velocidad de B se dirige hacia la izquierda. El coeficiente de fricción entre el cuerpo B y la superficie horizontal es 0,40. Determine la magnitud de la fuerza $\vec{P}$.



Solución.

En la figura se muestra el DCL y cinético del sistema bloque más esfera. Las fuerzas que actúan sobre él son los pesos W_B y W_C; la fuerza de rozamiento F_k; la fuerza exterior P Y la fuerza que ejerce la superficie horizontal sobre B N_B.



Aplicando las ecuaciones de movimiento se tiene

$$\leftarrow \sum F_x = m_s a_x$$
$$P - F_k = (m_B + m_C)a_x$$

$$P - \mu_k N_B = (m_B + m_C)a_x \qquad (1)$$

$$\uparrow \sum F_y = m_s a_y$$
$$N_B - W_B - W_A = m_s(0)$$
$$N_B = (m_B + m_C)g = (20+5)(9,81)$$

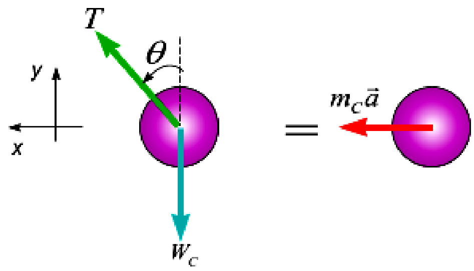
$$N_B = 245,25 kg \qquad (2)$$

Sustituyendo el alor de N_B obtenido en la ecuación (2) en la ecuación (1) se tiene

$$P - 0,40(245,25) = 25a_x$$

$$P - 98,1 = 25a_x \qquad (3)$$

En la ecuación (3) se tiene dos incógnitas, la fuerza P y la aceleración del sistema a_x, para determinar dichas cantidades, se traza el DCL y cinético para la esfera C y se aplica la segunda ley de Newton.



Aplicando las ecuaciones de movimiento se tiene

$$\leftarrow \sum F_x = m_C a_x$$

$$T sen\theta = m_C a_x \qquad (4)$$

$$\uparrow \sum F_y = m_s a_y$$
$$T\cos\theta - W_C = m_C(0)$$

$$T = \frac{m_C g}{\cos\theta} \qquad (5)$$

Remplazando la ecuación (5) en (4), resulta

$$m_C g tg\theta = m_C a_x$$
$$9,81 tg 30° = a_x$$

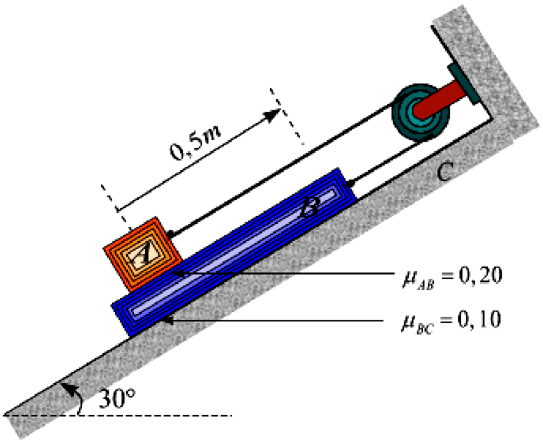
$$a_x = 5,66 m/s^2 \qquad (6)$$

Al sustituir este valor de la aceleración en la ecuación (3) se tiene.

$$P - 98{,}1 = 25(5{,}66)$$
$$P = 239{,}6N$$

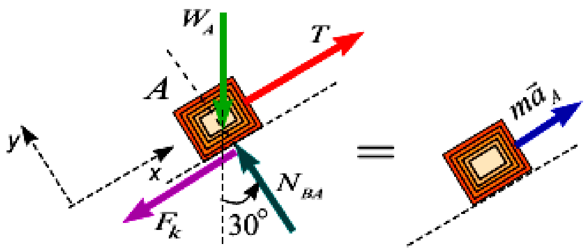
Problema 04

El bloque A de 20 kg descansa sobre la placa Bde 60 kg en la posición indicada en la figura. Despreciando la masa de las cuerdas y poleas y utilizando los coeficientes de rozamiento indicados. Determine el tiempo necesario para que el bloque A deslice 0,5 m sobre la placa cuando el sistema se suelta desde el reposo



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de A. Sobre él actúan las fuerzas: la tensión en el cable **T**, el peso **W$_A$**, la fuerza ejercida por la placa B sobre el bloque A, **N$_{BA}$** y la fuerza de rozamiento cinético F_k.

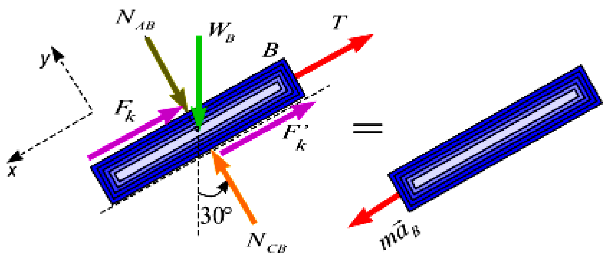


Aplicando las ecuaciones de movimiento según las direcciones mostradas se tiene

$$\sum F_y = m_A a_y$$
$$N_{BA} - W_A \cos 30° = m_A(0)$$
$$N_{BA} = m_A g \cos 30° = 20(9{,}81)\cos 30°$$
$$N_{BA} = 169{,}1N \qquad (1)$$

$$\sum F_x = m a_{Ax}$$
$$T - W_A sen30° - F_k = m a_A$$
$$T - m_A g sen30° - \mu_{AB} N_{BA} = m a_A$$
$$T - 20(9{,}81)(0{,}5) - 0{,}2(169{,}91) = 20 a_A$$
$$T - 132{,}08 = 20 a_A \qquad (2)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético de B. Sobre él actúan las fuerzas: La tensión en el cable **T**, el peso del bloque B **W$_B$**, la fuerza ejercida por el bloque A sobre la placa B, **N$_{AB}$**, la fuerza de rozamiento entre la placa A y el bloque B, **F$_k$** y la fuerza de rozamiento entre la placa y el plano inclinado **F'$_k$**.



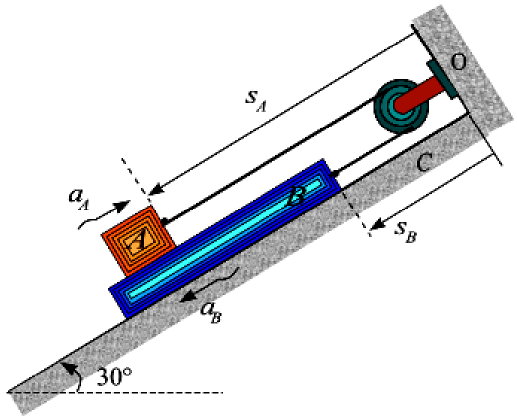
Aplicando las ecuaciones de movimiento a la placa se tiene.

$$\sum F_y = m_B a_{By}$$
$$N_{CB} - N_{AB} - W_B \cos 30° = m_B(0)$$
$$N_{CB} = N_{AB} + W_B \cos 30°$$
$$N_{CB} = N_{AB} + m_B g \cos 30°$$
$$N_{CB} = 169{,}91 + 60(9{,}81)\cos 30°$$
$$N_{CB} = 679{,}65N \qquad (3)$$

$$\sum F_x = m a_{Ax}$$
$$W_A sen30° - F_k - F_k^{'} - T = m_B a_B$$
$$m_B g sen30° - \mu_{AB} N_{BA} - \mu_{BC} N_{CB} - T = m a_B$$
$$60(9{,}81)(0{,}5) - 0{,}2(169{,}91) - 0{,}1(679{,}65) - T = 60 a_B$$
$$192{,}35 - T = 60 a_B \qquad (4)$$

Usando cinemática de movimientos dependientes se determina la relación entre aceleraciones.

$$s_A + s_B = L$$
$$v_A + v_B = 0$$
$$a_A^{-} + a_B^{+} = 0$$
$$a_A = a_B \qquad (5)$$



Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (2), (4) y (5), se obtiene la aceleración del bloque y la placa.

$$a_A = a_B = 0,75m/s^2$$

Para determinar el tiempo que demora el bloque en recorrer 0,5 m sobre la placa se determina la aceleración relativa de A con respecto a B, es decir

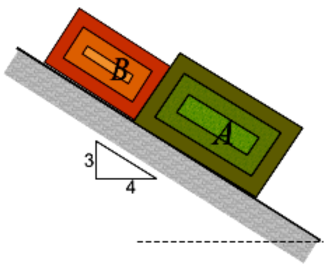
$$\vec{a}_{A/B} = \vec{a}_A - \vec{a}_B = (0,75\hat{i}) - (0,75\hat{i})$$
$$\vec{a}_{A/B} = (1,5\hat{i})m/s^2$$

Debido a que la aceleración relativa es constante y dirigida hacia arriba se tiene

$$x_A = x_{0A} + v_{0A}t + \frac{1}{2}a_{A/B}t^2$$
$$0,5m = 0 + 0(t) + \frac{1}{2}(0,75m/s^2)t^2$$
$$t = 0,186s$$

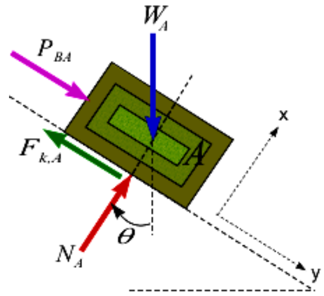
Problema 05

La masa de los bloques A y B de la figura son de *15* y *10 kg*, respectivamente. Los coeficientes de fricción son de *0,50* entre A y el plano y *0,20* entre B y el plano. Determine la magnitud de la fuerza resultante que se desarrolla entre los bloques al dejarlos libres. Los bloques se encuentran en reposo en el instante inicial.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético para el bloque A: sobre este actúan, el peso $\mathbf{W_A}$**;** la fuerza ejercida por el plano sobre A $\mathbf{N_A}$, la fuerza ejercida por B sobre A $\mathbf{P_{AB}}$ y la fuerza de rozamiento $\mathbf{F_{k,A}}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

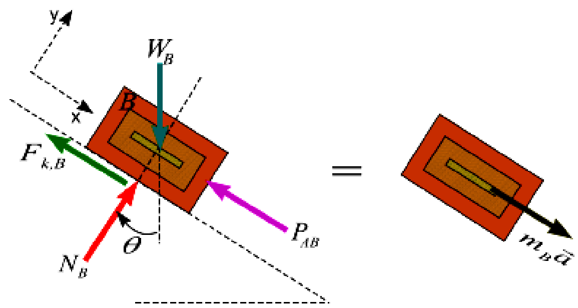
$$\sum F_y = m_A a_{Ay}$$
$$N_A - W_A \cos\theta = m_A(0)$$
$$N_A = m_A g \cos\theta = 15(9,81)(4/5)$$

$$N_A = 117,72N \qquad (1)$$

$$\sum F_x = m_A a_{Ax}$$
$$P_{BA} + W_A sen\theta - F_{k,A} = m_A a_A$$
$$P_{BA} - m_A g sen\theta - \mu_{k,A} N_A = m_A a_A$$
$$P_{BA} + 15(9,81)(3/5) - 0,5(117,72) = 15a_A$$

$$P_{BA} + 29,43N = 15a_A \quad (2)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque B: sobre este actúan, el peso $\mathbf{W_B}$**;** la fuerza ejercida por el plano sobre B, $\mathbf{N_B}$, la fuerza ejercida por A sobre B $\mathbf{P_{AB}}$ y la fuerza de rozamiento $\mathbf{F_{k,B}}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

$$\sum F_y = m_B a_{By}$$
$$N_B - W_B \cos\theta = m_B(0)$$
$$N_B = m_B g \cos\theta = 10(9,81)(4/5)$$

$$N_B = 78,48N \qquad (3)$$

$$\sum F_x = m_B a_{Bx}$$
$$W_B sen\theta - P_{AB} - F_{k,B} = m_B a_B$$
$$m_B g sen\theta - P_{AB} - \mu_{k,B} N_B = m_B a_B$$
$$10(9,81)(3/5) - P_{AB} - 0,2(78,48) = 110 a_B$$

$$43,16N - P_{AB} = 10 a_B \quad (4)$$

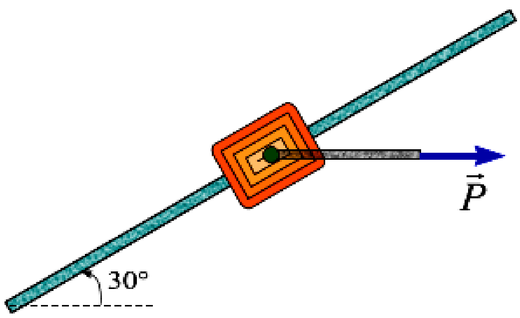
Debido a que ambos bloques s mueven juntos, entonces, la aceleración de ambos bloques son iguales. Además de acuerdo a la tercera ley de Newton $|\vec{P}_{BA}| = |\vec{P}_{AB}| = P$, La ecuaciones (2) y (4) se escriben

$$P + 29,43N = 15a$$
$$43,16N - P = 10a$$

$$a_A = a_B = 2,90 m/s^2$$
$$P = 14,07N$$

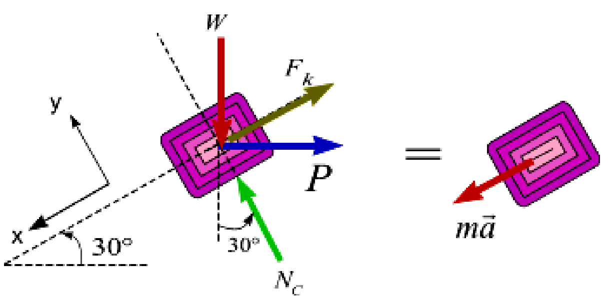
Problema 06

Un collar de 3 kg desciende a lo largo de una barra como se muestra en la figura. Cuando su velocidad es de 3 m/s se aplica una fuerza horizontal $\vec{P}$ por medio de un cable. Suponiendo que el coeficiente de rozamiento entre el collar y la barra es de 0,20. Determine el módulo de la fuerza $\vec{P}$ para que el collar recorra 1 m más sobre la barra antes de detenerse.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del collar: sobre este actúan, el peso **W;** la fuerza ejercida por la varilla sobre el collar, $\mathbf{N_C}$, la fuerza **P** y la fuerza de rozamiento $\mathbf{F_k}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

$$\sum F_y = m a_y$$
$$N_C - P sen 30° - W\cos 30° = m_B(0)$$
$$N_C = 0,5P + 3(9,81)\cos 30°$$

$$N_C = 0,5P + 25,49 \quad (1)$$

$$\sum F_x = m a_x$$
$$mg sen 30° - P\cos 30 - F_k = m a_x$$
$$3(9,81) sen 30° - P\cos 30° - \mu_k N_C = m_B a_B$$

$$49,05 - 0,866P - 0,2(0,5P + 25,49) = 3a_x$$

$$9,62 - 0,966P = 3a_x \quad (2)$$

Como la fuerza exterior P es constante, el movimiento del collar será uniformemente variado, entonces la aceleración del collar se determina de la cinemática, esto es.

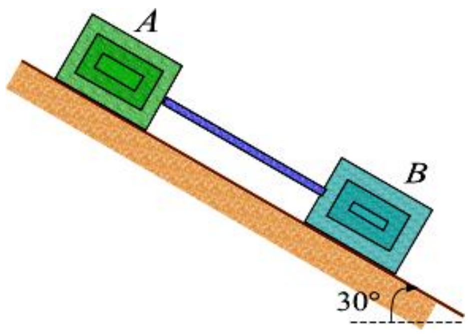
$$v_f^2 = v_i^2 + 2a_x d$$
$$0 = (3m/s)^2 + 2(a_x)(1m)$$
$$a_x = -4,5m/s^2$$

Al remplazar e valor de la aceleración obtenido en la ecuación (2) se tiene

$$9,62 - 0,966P = 3(-4,5m/s^2)$$
$$P = 23,93N$$

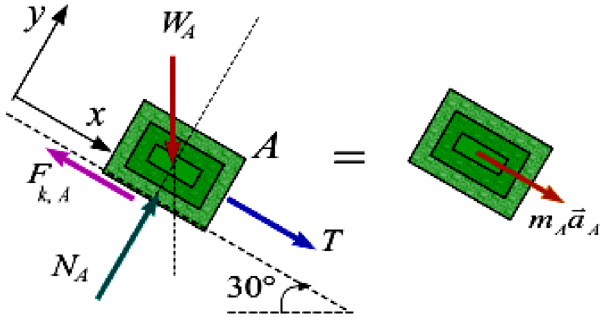
Problema 07

Los bloques A y B de *9 kg* y *14 kg* de masa, respectivamente, están deslizando hacia debajo de un plano inclinado, como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción cinética entre A y el plano es *0,30*; y entre B y el plano es *0,20*. Determine: (a) la fuerza en la barra que conecta A y B si esta tiene una masa despreciable y (b) la aceleración de los bloques.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque A: sobre este actúan, el peso $\mathbf{W_A}$; la fuerza ejercida por la varilla sobre el bloque A, **T** y la fuerza de rozamiento $\mathbf{F_{k,A}}$.



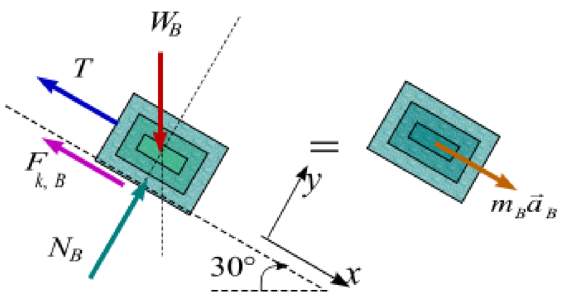
Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

$$\sum F_y = m_A a_{Ay}$$
$$N_A - W_A \cos 30° = m_B(0)$$
$$N_A = m_A g \cos\theta = 9(9,81)(\sqrt{3}/2)$$
$$N_A = 76,46N \qquad (1)$$

$$\sum F_x = m_A a_{Ax}$$
$$W_A sen30° + T - F_{k,A} = m_A a_A$$
$$m_A g sen30° + T - \mu_{k,A} N_A = m_A a_A$$
$$9(9,81)(1/2) + T - 0,3(76,46) = 9a_B$$

$$21,21N + T = 9a_B \qquad (2)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque B: sobre este actúan, el peso $\mathbf{W_B}$; la fuerza ejercida por la varilla sobre el bloque A, **T** y la fuerza de rozamiento $\mathbf{F_{k,B}}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

$$\sum F_y = m_B a_{By}$$
$$N_B - W_B \cos 30° = m_B(0)$$
$$N_B = m_B g \cos 30° = 14(9,81)(\sqrt{3}/2)$$

$$N_B = 118,94N \qquad (3)$$

$$\sum F_x = m_B a_{Bx}$$
$$W_B sen30° - T - F_{k,B} = m_B a_B$$
$$m_A g sen30° - T - \mu_{k,B} N_B = m_B a_B$$
$$14(9,81)(1/2) - T - 0,2(118,94) = 9a_B$$

$$44,88N - T = 14a_A \qquad (4)$$

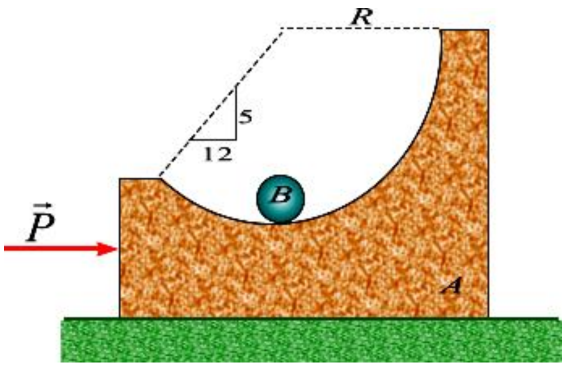
Teniendo en cuenta que ($a_A = a_B$), al resolver las ecuaciones (2) y (4), se tiene

$$a_A = a_B = 2,87 m/s^2$$

$$T = 4,62N$$

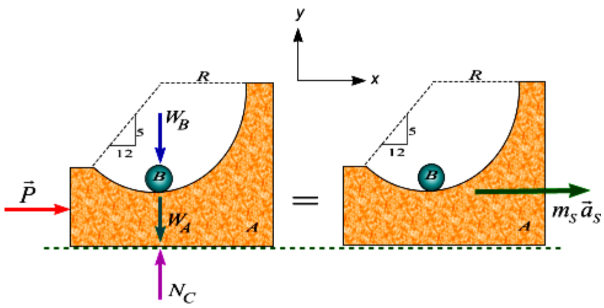
Problema 08

El cuerpo A de *9 kg* mostrado en la figura descansa sobre un plano liso. La fuerza $\vec{P}$ aplicada al cuerpo A se incrementa muy lentamente a partir de cero. Determine el valor máximo que puede adquirir la fuerza $\vec{P}$ sin que el cilindro liso de *6 kg* salga del cuerpo A por el punto C



Solución

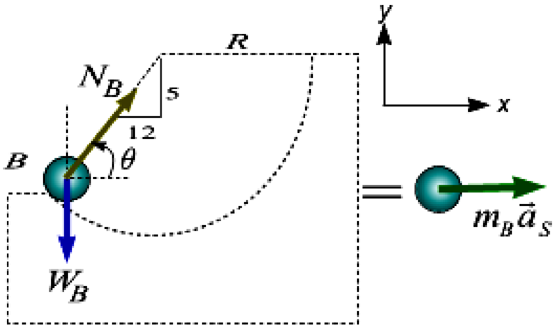
En la figura se muestra el DCL y cinético del sistema compuesto por el cilindro más el cuerpo A. Las fuerzas que actúan son: el peso de A, $\mathbf{W_A}$, el peso del cilindro B, $\mathbf{W_B}$, la fuerza de reacción que ejerce el piso sobre el cuerpo A, N_C y la fuerza externa *P*.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

$$\sum F_x = m_s a_s$$
$$P = (m_A + m_B)a_s$$

En la figura se muestra el DCL del cilindro B en la posición crítica. Las fuerzas que actúan son la reacción $\mathbf{N_C}$ y el peso del cilindro $\mathbf{W_B}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\sum F_y = m_B a_{B,y}$$
$$N_B sen\theta - m_B g = m_B(0)$$

$$N_B = \frac{m_B g}{sen\theta} \qquad (2)$$

$$\sum F_x = m_B a_{B,x}$$

$$N_B Cos\theta = m_B a_s \qquad (3)$$

Remplazando la ecuación (2) en (3), resulta

$$m_B g\ ctg\theta = m_B a_s$$

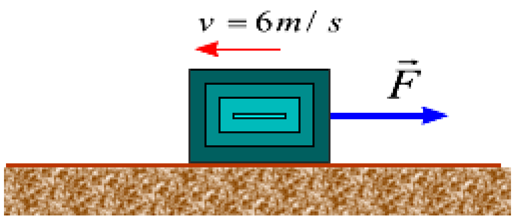
$$a_s = g\ ctg\theta \qquad (4)$$

Al sustituir la ecuación (4) en (1) obtenemos

$$P_{\max} = (m_A + m_B)g\ ctg\theta$$
$$P_{\max} = (9kg + 6kg)(9,8m/s^2)(12/5)$$
$$P_{\max} = 352,8N$$

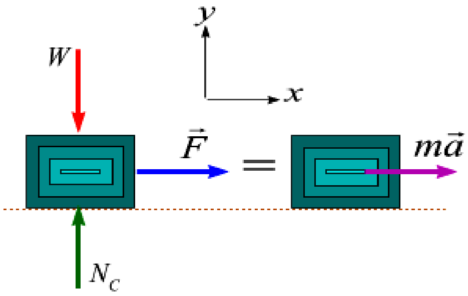
Problema 09

El bloque de *300 kg* mostrado en la figura está moviéndose hacia la izquierda a *6 m/s* cuando se le aplica la fuerza $\vec{F}$. La magnitud de la fuerza viene dado por la ecuación $F = (200 + 60t)N$, donde t es el tiempo en segundos. Si la superficie es lisa. Determine: (a) El tiempo que demora el bloque en detenerse, (b) La distancia que recorre el bloque desde que se le aplica la fuerza hasta que el bloque se detiene y (c) La posición del bloque *10 s* después de que se aplicó la fuerza.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque: sobre este actúan, el peso **W;** la fuerza ejercida por el piso sobre el bloque y la fuerza exterior **F**.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

$$\sum F_x = ma_x$$
$$F = ma_x$$
$$200 + 60t = 300a_x$$

$$a_x = 0,67 + 0,2t \qquad (1)$$

Esta ecuación muestra que la aceleración es una función del tiempo

Parte (a) Tiempo que demora el bloque en detenerse

$$a_x = \frac{dv}{dt} = 0,67 + 0,2t$$
$$\int_{v_i}^{v} dv = \int_0^t (0,67 + 0,2t)dt$$
$$v - v_i = 0,67t + 0,1t^2 \qquad (2)$$
$$0 - (-6m/s) = 0,67t + 0,1t^2$$
$$t^2 + 6,7t - 60 = 0$$
$$t = 5,09s \quad \text{Rta}$$

Parte (b) Distancia recorrida hasta detenerse

$$v = v_i + 0,67t + 0,1t^2$$
$$v = -6 + 0,67t + 0,1t^2$$
$$\frac{dx}{dt} = -6 + 0,67t + 0,1t^2$$

Separando variables e integrando se obtiene la posición en cualquier tiempo

$$dx = [-6 + 0,67t + 0,1t^2]dt$$
$$\int_0^x dx = \int_0^t [-6 + 0,67t + 0,1t^2]dt$$
$$x = -6t + 0,34t^2 + 0,03t^3 \qquad (3)$$

La distancia será

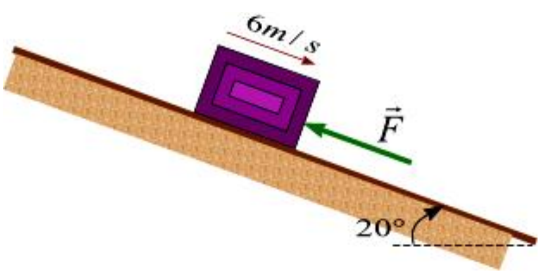
$$d = \left| \int_0^{5,09} [-6 + 0,67t + 0,1t^2]dt \right|$$
$$d = -6(5,09) + 0,67(5,09)^2 + 0.03(5,09)^3$$
$$d = 17,46m \quad \text{Rta}$$

Parte (c). La poción cuando *t = 10 s* después de aplicar F será

$$x = -6t + 0,34t^2 + 0,03t^3$$
$$x_{10} = -6(10) + 0,34(10)^2 + 0,03(10)^3$$
$$x_{10} = 6,83m \quad \text{Rta}$$

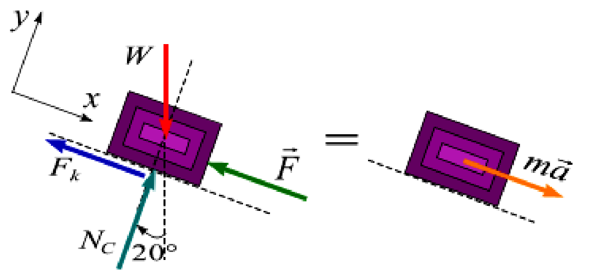
Problema 10

El bloque de *250 N* de peso, mostrado en la figura está moviéndose hacia abajo a *6 m/s* cuando se le aplica la fuerza resistente $\vec{F}$. La magnitud de la fuerza resistente viene dado por la ecuación $F = (7,3\,v)N$, donde *v* es la velocidad instantánea en *m/s*. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano inclinado es 0,20. Determine: (a) la velocidad del bloque al cabo de 5 s e, (b) La distancia que recorre el bloque durante los primeros 5 s y (c) La velocidad límite que alcanza el bloque.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque: sobre este actúan, el peso **W;** la fuerza ejercida por el piso sobre el bloque $\mathbf{N_C}$, la fuerza exterior **F** y la fuerza de fricción cinética $\mathbf{F_k}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

$$\sum F_y = ma_y$$
$$N_C - W\cos 20° = m(0)$$
$$N_C = W\cos 20° = 250N(0,94)$$
$$N_A = 234,92N \qquad (1)$$
$$\sum F_x = ma_x$$
$$Wsen20° - F - F_k = ma_x$$
$$Wsen30° - F - \mu_k N_C = \frac{W}{g}a_x$$
$$250N(0,342) - 7,3v - 0,3(234,92N) = \frac{250N}{9,8}a_x$$
$$38,53 - 7,3v = 25,51a_x$$
$$a = (1,51 - 0,29v)m/s^2 \qquad (2)$$

Parte (a). Velocidad del bloque al cabo de 5 s. debido a que la aceleración es función de la velocidad se procede a integrar la ecuación (2) para determinar lo solicitado

$$a_x = \frac{dv}{dt} = (1,51 - 0,29v)m/s^2$$
$$\int_{6m/s}^{v} \frac{dv}{(1,51 - 0,29v)} = \int_0^t dt$$
$$\ln(1,51 - 0,29v)\Big|_6^v = -029t\Big|_0^t$$
$$1,51 - 0,29v = -0,23e^{-0,29t}$$
$$v = 5,21 + 0,79e^{-0,29t}$$

Cuando t = 5 s, se tiene

$$v = 5,21 + 0,79e^{-0,29(5,0s)}$$
$$v_5 = 5,395m/s \quad \text{Rta}$$

Parte (b). Distancia recorrida durante 5 segundos. Se obtiene a partir de la ecuación que relaciona la velocidad en función del tiempo, es decir

$$v = \frac{dx}{dt} = 5,21 + 0,79e^{-0,29t}$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t [5,21 + 0,79e^{-0,29t}]dt$$

$$x = \left[5,21t - \frac{0,79}{0,29}e^{-0,29t}\right]_0^t$$

$$x = 5,21t - 2,72e^{-0,29t} + 2,72$$

$$d_5 = \left|5,21(5) - 2,72e^{-0,29(5s)} + 2,72\right|$$

$$d_5 = 28,13\ m \quad \text{Rta}$$

Parte (c). Velocidad límite o terminal del bloque. La velocidad límite es aquella velocidad que se obtiene haciendo cero la aceleración, es decir de la ecuación (2) tenemos

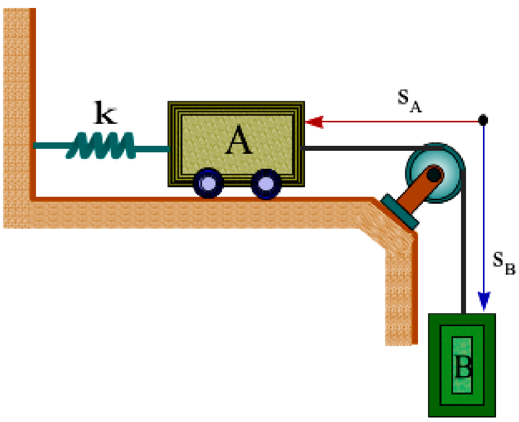
$$a_x = (1,51 - 0,29v)m/s^2 = 0$$

$$v_L = \frac{1,51}{0,29}m/s$$

$$v_L = 5,21 m/s \quad \text{Rta}$$

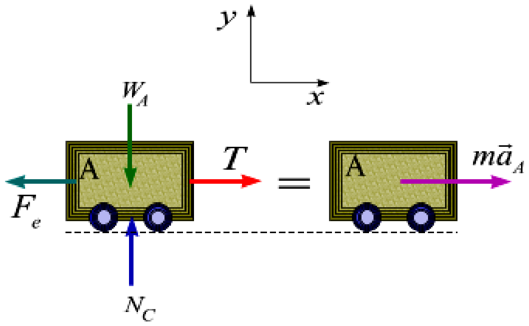
Problema 11.

El carro A y el bloque B de la figura pesan *125 N* y *250 N*, respectivamente. Los bloques están en reposo y el resorte de constante *k = 417 N/m* está indeformado cuando los bloques se encuentran en la posición mostrada en la figura. Determine la velocidad y la aceleración del bloque B cuando esté *0,3 m* debajo de su posición inicial.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del carro A: sobre este actúan, el peso $\mathbf{W_A}$ **;** la fuerza ejercida por el piso sobre el bloque $\mathbf{N_A}$, la fuerza de tensión en el cable **T** y la fuerza elástica en el resorte $\mathbf{F_e}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

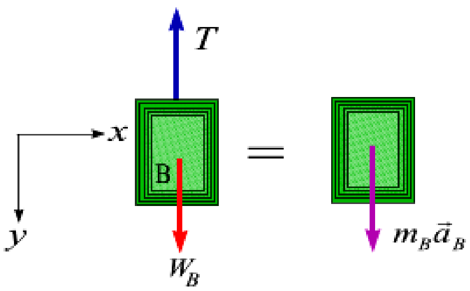
$$\sum F_x = m_A a_{A,x}$$

$$T - F_e = m_A a_A$$

$$T - kx = \frac{W_A}{g} a_A$$

$$T - 417x = 12,76a_A \quad (1)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque B: sobre este actúan, el peso $\mathbf{W_B}$ y la fuerza de tensión en el cable **T**.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

$$\sum F_y = m_A a_{A,y}$$

$$W_B - T = m_B a_B$$

$$250N - T = \frac{W_B}{g} a_B$$

$$250N - T = 25,51a_B \quad (2)$$

Aplicando cinemática de movimientos dependientes tenemos

$$s_A + s_B = L$$

$$v_A + v_B = 0$$

$$a_A + a_B = 0 \qquad (3)$$

Remplazando la ecuación (3) en (1), resulta

$$T - 417x = 12,7a_B \qquad (4)$$

Sumando las ecuaciones (1) y (2) , se tiene

$$250 - 417x = 38{,}21a_B$$

$$a_B = 6{,}54 - 10{,}91x \qquad (5)$$

Parte (a). Velocidad de B cuando ha recorrido 0,3 m

$$a_B = v\frac{dv}{dx} = 6{,}54 - 10{,}91x$$

$$\int_0^v dv = \int_0^{0,3}[6{,}54 - 10{,}91x]dx$$

$$\frac{v^2}{2} = [6{,}54x - 5{,}455x^2]_{0.}^{0,3m}$$

$$v = 1{,}72 m/s \qquad \text{Rta}$$

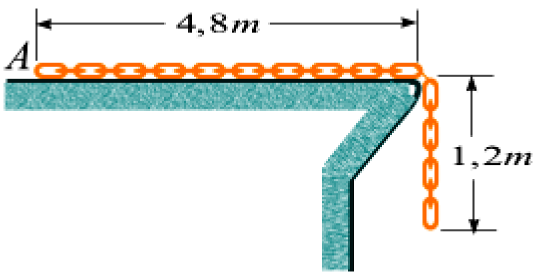
Parte (b). Aceleración del bloque B cuando ha descendido 0,3 m. de la ecuación (5) se tiene

$$a_B = 6{,}54 - 10{,}91(0{,}3)$$

$$a_B = 3{,}27 m/s^2 \qquad \text{Rta}$$

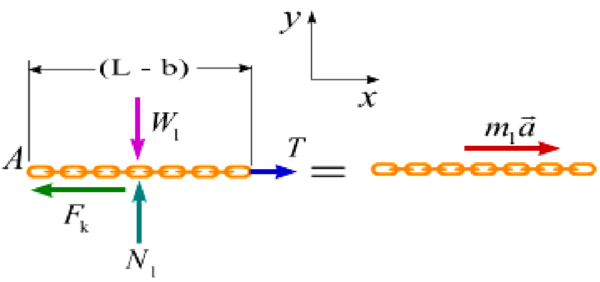
Problema 12

La cadena flexible mostrada en la figura pesa 8,3 N/m. El coeficiente de rozamiento cinético entre la cadena y el plano es de 0,20. Si se suelta la cadena partiendo del reposo en la posición que se muestra. Determine: (a) la velocidad en el instante en que toda ella alcance la posición vertical y (b) el tiempo que tardará el extremo A en abandonar el plano horizontal.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del tramo de cadena en el plano horizontal: sobre este actúan, el peso $\mathbf{W_1}$, la fuerza de tensión en el alambre que une los eslabones **T**, la reacción normal del piso sobre la cadena $\mathbf{N_1}$ y la fuerza de fricción cinética $\mathbf{F_k}$.



Como se conoce el peso por unidad de longitud, la densidad lineal de peso se puede expresar por:

$$\lambda_W = \frac{W}{L} \Rightarrow W = \lambda_W L$$

Aplicando las ecuaciones de movimiento a la porción de cadena horizontal de longitud (*L* – *b*), se tiene

$$\sum F_y = m_1 a_{1,y}$$

$$N_1 - W_1 = m_1(0) \qquad (1)$$

$$N_1 = W_1 = \lambda_W(L-b)$$

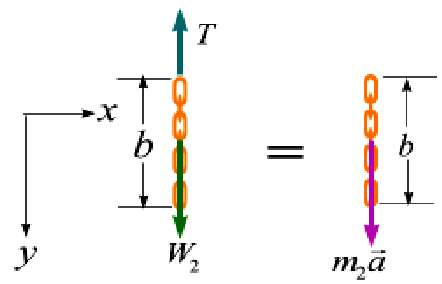
$$\therefore F_k = \mu_k\lambda_W(L-b) \qquad (2)$$

$$\sum F_x = m_1 a_{1,x}$$

$$T - F_k = \frac{\lambda_W(L-b)}{g}a$$

$$T - \mu_k\lambda_W(L-b) = \frac{\lambda_W(L-b)}{g}a \qquad (3)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del tramo de cadena en el plano vertical: sobre este actúan, el peso $\mathbf{W_2}$, la fuerza de tensión en el alambre que une los eslabones **T**.



Aplicando las ecuaciones de movimiento a la porción de cadena horizontal de longitud *b*, se tiene

$$\sum F_y = m_2 a_{2,y}$$

$$W_2 - T = \frac{W_2}{g}a$$

$$\lambda_W b - T = \frac{\lambda_w b}{g}a \qquad (4)$$

Sumando las ecuaciones (3) y (4) se tiene

$$\lambda_W b - \mu_k\lambda_W(L-b) = \left[\frac{\lambda_W(L-b)}{g} + \lambda_W b\right]a$$

$$b - \mu_k(L-b) = \frac{L}{g}a$$

$$a = \frac{g}{L}[b - \mu_k(L-b)] \qquad (5)$$

Parte (a). Velocidad cuando la cadena queda verticalmente

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{g}{L}[b - \mu_k(L-b)]$$
$$v\frac{dv}{db} = \frac{g}{L}[b - \mu_k(L-b)]$$

$$\int_0^v v\,dv = \frac{g}{L}\int_{b_0=1,2m}^{(L-b)=4,8}[b - \mu_k(L-b)]db$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{g}{L}\left[\frac{b^2}{2} - \mu_k Lb + \mu_k\frac{b^2}{2}\right]_{1,2}^{4.8}$$

$$v^2 = \frac{2(9,8)}{6}\left[\frac{4,8^2}{2}(1,2) - 0,2(6)(4,8) - \frac{1,2^2}{2}(1,2) + 0,2(6)(1,2)\right]$$
$$v^2 = 3,27[13,824 - 5,76 - 0,864 + 1,44]$$

$$v = 5,32 m/s \quad \text{Rta}$$

Parte (b). Tiempo que tarda A en abandonar el extremo de la superficie horizontal.

$$\int_0^v v\,dv = \frac{g}{L}\int_{1,2m}^{b}[b - \mu_k(L-b)]db$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{g}{L}\left[\frac{b^2}{2} - \mu_k Lb + \mu_k\frac{b^2}{2}\right]_{1,2}^{b}$$

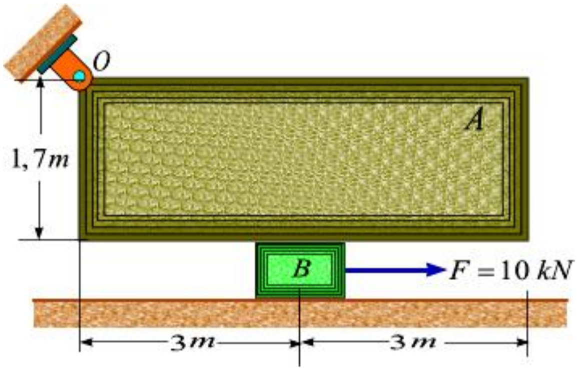
$$v^2 = 3,27\left[0,6b^2 - 1,2b + 0,576)\right]$$
$$v = \frac{db}{dt} = \sqrt{1,96b^2 - 3,92b + 1,88}$$

$$\int_{1,2}^{4,8}\frac{db}{\sqrt{1,96b^2 - 3,92b + 1,88}} = \int_0^t dt$$

$$t = \int_{1,2}^{4,8}\frac{db}{\sqrt{1,96b^2 - 3,92b + 1,88}}$$

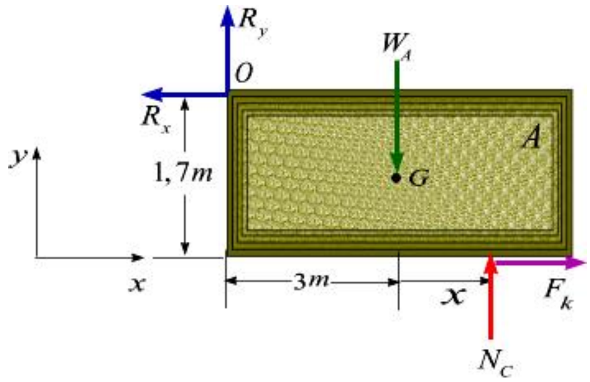
Problema 13.

Se aplica una fuerza de 10 kN sobre un cuerpo B cuya masa es de 15 kg. El cuerpo A tiene una masa de 20 kg. ¿Cuál es la velocidad de B después de recorrer 3 m?. Considere que el coeficiente de rozamiento cinético para todas las superficies en contacto es 0,28. El centro de gravedad del cuerpo A se encuentra en su centro geométrico.



Solución

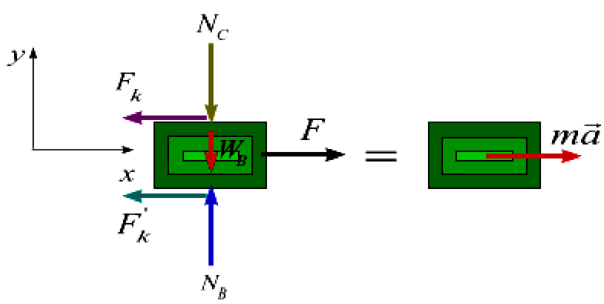
En la figura se muestra el DCL del cuerpo A para una posición arbitraria hacia la derecha del bloque B



Aplicando las ecuaciones de equilibrio, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

$$\sum M_O = 0$$
$$N_C(3m + x) - F_k(1,7m) = W_A(3m)$$
$$N_C(3 + x) - \mu_k N_C(1,7) = m_A g(3)$$
$$N_C(3 + x) - 0,28N_C(1,7) = 20(9,8)(3)$$
$$N_C = \frac{588}{3,476 + x} \qquad (1)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque B. La fuerzas que actúan son. La fuerza de reacción que ejerce A sobre B $\mathbf{N_C}$, La fuerza de reacción que ejerce el piso sobre B $\mathbf{N_B}$, las fuerzas de fricción en las superficies de contacto superior e inferior $\mathbf{F_k}$ y $\mathbf{F'_k}$, el peso del bloque B $\mathbf{W_B}$ y la fuerza de $F = 10\ kN$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento, según el sistema de referencia mostrada, tenemos

$$\sum F_y = m_B a_{B,y}$$
$$N_B - N_C - W_B = m_B(0)$$
$$N_B = m_B g + N_C$$
$$N_B = 147 + \frac{588}{3,476 + x} \qquad (2)$$

$$\sum F_x = m_B a_{B,x}$$
$$F - F_k - F_k^{'} = m_B a_B$$
$$F - \mu_k N_C - \mu_k N_B = m_B a_B$$
$$F - \mu_k (N_C + N_B) = m_B a_B$$

$$10000 - 0,28\left[147 + \frac{2(588)}{3,476 + x}\right] = 15 a_B$$
$$9958,84 - \frac{329,28}{3,476 + x} = 15 v \frac{dv}{dx}$$

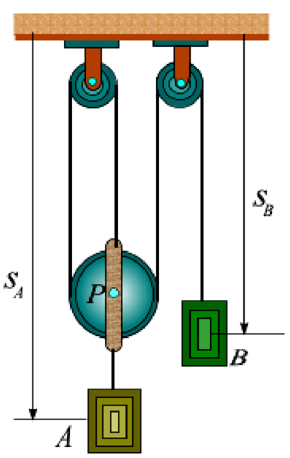
Separando variables e integrando se tiene

$$\int_0^v v dv = 21,95 \int_0^{3m} \frac{dx}{3,476 + x}$$

$$v = 62,44 m/s \qquad \text{Rta}$$

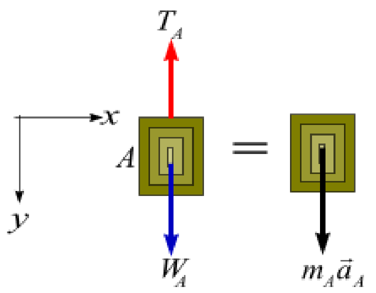
Problema 14

Un bloque A de *100 kg* está unido a un contrapeso B de *25 kg* mediante un cable dispuesto como se muestra en la figura. Si el sistema se abandona desde el reposo. Determine: (a) la tensión en el cable, (b) la velocidad de B transcurridos *3 s* y (c) la velocidad de A cuando a recorrido *1,2 m*.



Solución

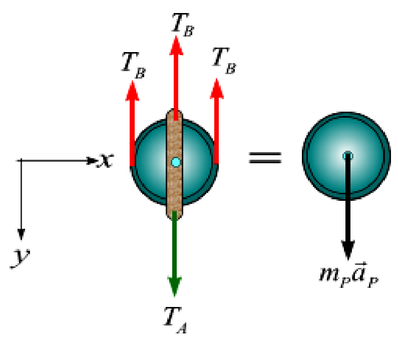
En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque A para una posición arbitraria hacia abajo. Las fuerzas que actúan son el peso de A W_A y la tensión en el cable T_A.



Aplicando las ecuaciones de movimiento tenemos

$$\sum F_y = m_A a_{A,y}$$
$$m_A g - T_A = m_A a_A$$
$$100(9,81) - T_A = 100 a_A$$
$$981 - T_A = 100 a_A \qquad (1)$$

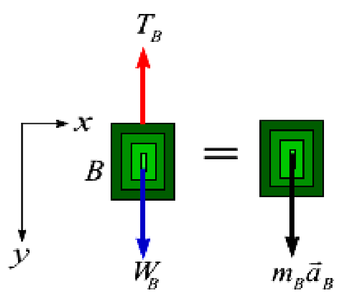
En la figura se muestra el DCL de la polea móvil P, para una posición arbitraria hacia abajo. Las fuerzas que actúan son la tensión T_B y la tensión en el cable inferior T_A.



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\sum F_y = m_P a_{P,y}$$
$$T_A - 3T_B = 0(a_{P,y})$$
$$T_A = 3T_B \qquad (2)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque B para una posición *+y* hacia abajo. Las fuerzas que actúan son el peso de A $\mathbf{W_B}$ y la tensión en el cable $\mathbf{T_B}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\sum F_y = m_B a_{B,y}$$
$$m_B g - T_B = m_B a_B$$
$$25(9{,}81) - T_B = 25 a_B$$
$$245{,}25 - T_B = 25 a_B \qquad (3)$$

Usando cinemática de movimientos dependientes, se determina la relación entre aceleraciones

$$3s_A + s_B = L$$
$$3v_A + v_B = 0$$
$$3a_A + a_B = 0 \qquad (4)$$

Resolviendo simultáneamente (1, (2), (3) y (4) se obtiene

$$T_B = 302N \qquad (5)$$
$$a_A = 0{,}75 m/s^2 \downarrow \qquad (6)$$
$$a_B = 2{,}25 m/s^2 \uparrow \qquad (7)$$

Parte (b). Velocidad de B después de 3 s de iniciado el movimiento

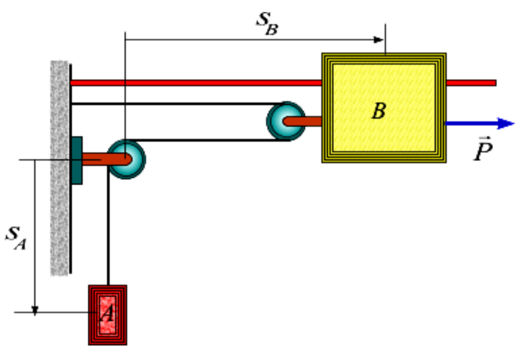
$$v_B = v_{0B} + a_B t = 0 + 2.25(3)$$
$$v_B = 6{,}75 m/s \uparrow$$

Parte (c). Velocidad de A después que ha recorrido 1,2 m después iniciado el movimiento

$$v_A^2 = v_{0A}^2 + 2a_A d_A = 0 + 2(0{,}75)(1{,}2)$$
$$v_A = 1{,}34 m/s$$

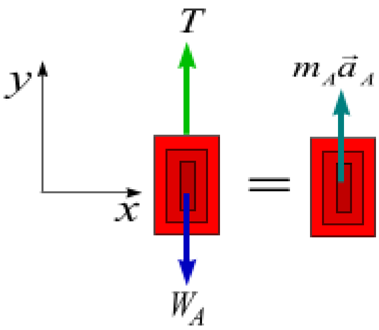
Problema 15

El sistema representado en la figura está inicialmente en reposo. Despreciando el rozamiento. Determine: (a) la magnitud de la fuerza $\vec{P}$ necesaria para que la velocidad de la deslizadera B sea de *4 m/s* cundo haya recorrido *500 mm* hacia la derecha y (b) la tensión correspondiente en el cable. Considere que las masas de los bloques A y B son *1kg* y *3 kg*, respectivamente.



Solución

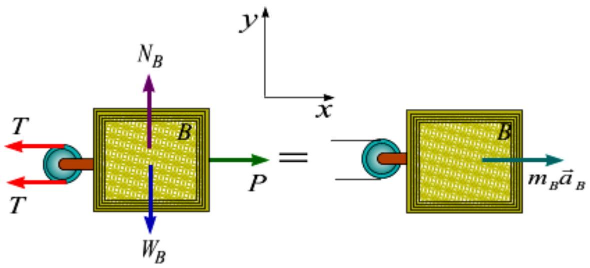
En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque A. Sobre él actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable **T**, y el peso del mismo $\mathbf{W_A}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\sum F_y = m_A a_{A,y}$$
$$T - m_A g = m_A a_A$$
$$T - 1{,}0(9{,}81) = 1{,}0 a_A$$
$$T - 9{,}81 = a_A \qquad (1)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque A. Sobre él actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable **T**, y el peso del mismo $\mathbf{W_B}$, la fuerza ejercida por la varilla $\mathbf{N_B}$ y la fuerza externa **P**.



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\sum F_y = m_B a_{B,y}$$
$$N_B - W_B = m_B(0)$$
$$N_B = m_B g = 3(9{,}81) = 29{,}43N$$

$$P - 2T = m_B a_{B,x}$$
$$P - 2T = 3a_B \qquad (2)$$

Utilizando cinemática de movimientos dependientes, se encuentra la relación de aceleraciones. Es decir

$$s_A + 2s_B = L$$
$$v_A + 2v_B = 0$$

$$a_A^- + 2a_B^+ = 0$$
$$a_A = 2a_B \quad (3)$$

Debido a que B ejecuta un movimiento rectilíneo uniforme, su aceleración se determina usando cinemática del movimiento rectilíneo. Esto es

$$v_B^2 = v_{0B}^2 + 2a_B d_B$$
$$4^2 = 0^2 + 2a_B(0,5m)$$
$$a_B = 16m/s^2$$

La aceleración del bloque A será

$$a_A = 2a_B = 2(16m/s^2)$$
$$a_A = 32m/s^2$$

Parte (a). La tensión en el cable será

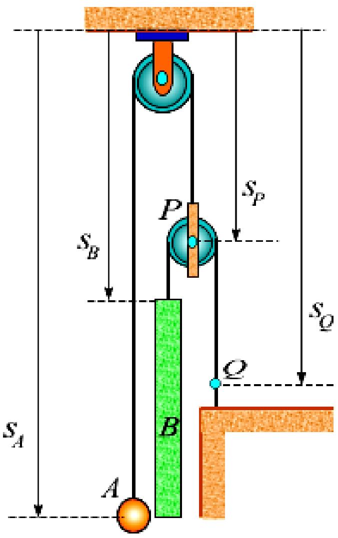
$$T - 9,81 = a_A$$
$$T = (9,81 + 32)N$$
$$T = 41,81N \quad \text{Rta}$$

Parte (b) La fuerza P se determina de la ecuación (2)

$$P - 2(41,81N) = 3(16m/s^2)$$
$$P = 131,62N \quad \text{Rta}$$

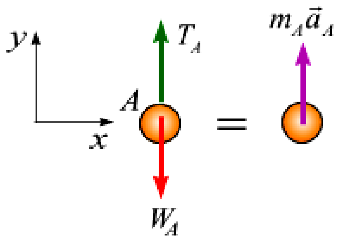
Problema 16.

En el aparejo mostrado en la figura la esfera A tiene una masa η = *1,8 veces* mayor que la de la barra B. La longitud de la última es *L =100 cm*. Las masas de las poleas y de los hilos, así como el rozamiento, son despreciables. La esfera se establece a un mismo nivel con el extremo inferior de la barra y se suelta desde el reposo. ¿Al cabo de qué tiempo ésta se iguala con el extremo superior de la barra.



Solución

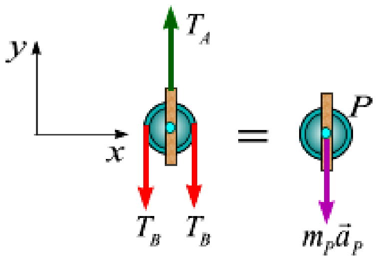
En la figura se muestra el DCL y cinético de la esfera A. Sobre él actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable $\mathbf{T_A}$, y el peso de la esfera $\mathbf{W_A}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\sum F_y = m_A a_{A,y}$$
$$T_A - m_A g = m_A a_A \quad (1)$$

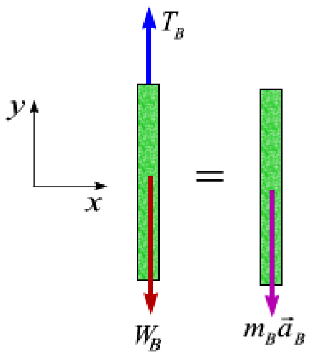
En la figura se muestra el DCL y cinético de la polea P Sobre ella actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable $\mathbf{T_A}$, y la tensión $\mathbf{T_B}$, el peso de la polea según el enunciado del problema es despreciable.



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$T_A - 2T_B = 0(a_P)$$
$$T_A = 2T_B \quad (2)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético de la barra B. Sobre ella actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable $\mathbf{T_B}$, y el peso de la barra $\mathbf{W_B}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\sum F_y = m_B a_{B,y}$$
$$T_B - m_B g = m_B(-a_B)$$
$$m_B g - T_B = m_B a_B \quad (3)$$

Remplazando la ecuación (2) en (1) resulta

$$2T_B - m_A g = m_A a_A \quad (4)$$

Se determina la relación entre aceleraciones utilizando cinemática de movimiento dependiente.

- Cuerda que une a la espera A y a la polea P

$$s_A + s_P = L_1$$
$$a_A + a_P = 0$$
$$a_P = -a_A \quad (5)$$

- Cuerda que une a la barra B y a la pared

$$(s_B - s_P) + (s_Q - s_P) = L_2$$
$$(s_B - s_P) + (s_Q - s_P) = L_2$$
$$a_B + a_Q - 2a_P = 0 \quad (6)$$

Remplazando la ecuación (5) en (6), resulta

$$a_B^- + 2a_A^+ = 0$$
$$a_B = 2a_A \quad (7)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (3), (4) y (7), obtenemos

$$a_A = \frac{(2m_B - m_A)g}{m_A + 4m_B} \quad (8)$$

Según el enunciado del problema $m_A = 1{,}8\ m_B$, la ecuación (8) se escribe

$$a_A = \frac{(2m_B - m_A)g}{m_A + 4m_B} = \frac{[2m_B - 1{,}8m_B](9{,}8)}{1{,}8m_B + 4m_B}$$
$$a_A = 0{,}338 m/s^2 \uparrow$$

La aceleración de la barra B será

$$a_B = 2(0{,}338 m/s^2)$$
$$a_B = 0{,}677 m/s^2 \downarrow$$

La aceleración relativa de la esfera A con respecto a B será

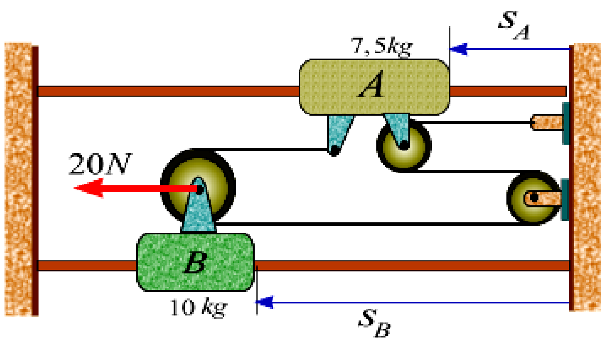
$$\vec{a}_{A/B} = \vec{a}_A - \vec{a}_B = 0{,}338\hat{j} - (-0{,}677\hat{j})$$
$$\vec{a}_{A/B} = (1{,}015\hat{j}) m/s^2$$

El tiempo que demora la esfera a en alcanzar el extremo superior de la barra será

$$1m = 0 + 0 + \frac{1}{2}(1{,}015 m/s^2)t^2$$
$$t = 1{,}4 s \quad \text{Rta}$$

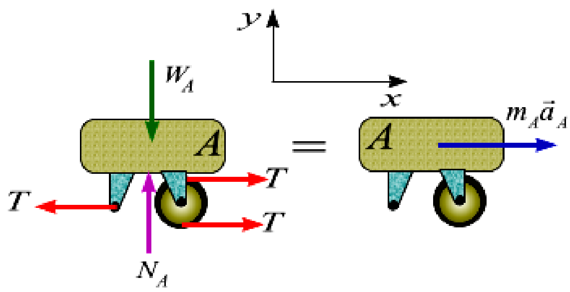
Problema 17

Sabiendo que el sistema mostrado en la figura parte del reposo. Determine la velocidad en el instante $t = 1{,}2\ s$ de: (a) el collar A y (b) el collar B. Desprecie la masa de las poleas y el efecto de la fricción.



Solución

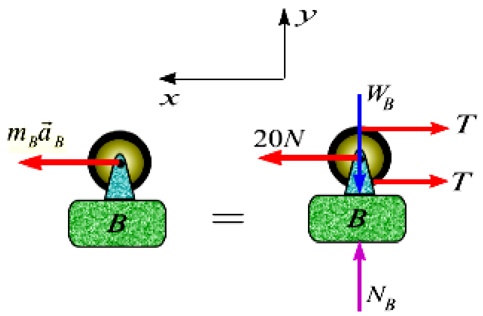
En la figura se muestra el DCL y cinético del collarín A. Sobre él actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable **T**, el peso del collarín **W_A** y la fuerza ejercida por la varilla sobre el collarín **N_A.**



Aplicando las ecuaciones de movimiento al collarín A, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\rightarrow \sum F_x = m_A a_{A,x}$$
$$2T - T = m_A a_{A,x}$$
$$T = 7{,}5 a_A \quad (1)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del collarín B. Sobre él actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable **T**, el peso del collarín **W_B**, la fuerza ejercida por la varilla sobre el collarín **N_B** y la fuerza externa de **20 N**



Aplicando las ecuaciones de movimiento al collarín B, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\leftarrow \sum F_x = m_B a_{B,x}$$
$$20N - 2T = m_B a_{B,x}$$
$$20N - 2T = 10 a_B \quad (2)$$

Remplazando la ecuación (1) en (2), resulta

$$20N - 15a_A = 10a_B \quad (3)$$

Usando cinemática de movimientos dependientes se determina la relación entre las aceleraciones de ambos collarines.

$$s_A + s_A + s_B + (s_B - s_A) = L$$
$$s_A + 2s_B = L \quad (4)$$
$$v_A + 2v_B = 0 \quad (5)$$
$$a_A^- + 2a_B^+ = 0$$
$$a_A = 2a_B \quad (6)$$

Remplazando la ecuación (6) en (3), se tiene

$$20N - 15(2a_B) = 10a_B$$
$$a_B = 0,5\ m/s^2$$
$$a_A = 1,0\ m/s^2$$

Parte (a). Velocidad de A después de 1,2 s. Como la aceleración es constante se aplica las ecuaciones de MRUV, es decir

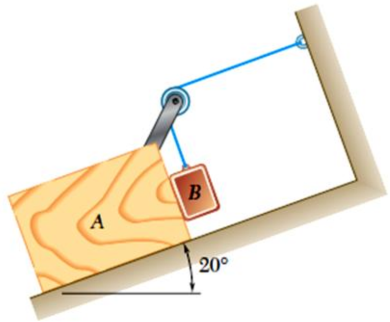
$$v_A = v_{0,A} + a_A t = 0 + 1,0\ m/s^2(1,2s)$$
$$v_A = 1,2\ m/s \quad \text{Rta}$$

Parte (a). Velocidad de B después de 1,2 s. Como la aceleración es constante se aplica las ecuaciones de MRUV, es decir

$$v_B = v_{0,B} + a_B t = 0 + 0,5\ m/s^2(1,2s)$$
$$v_A = 0,6\ m/s \quad \text{Rta}$$

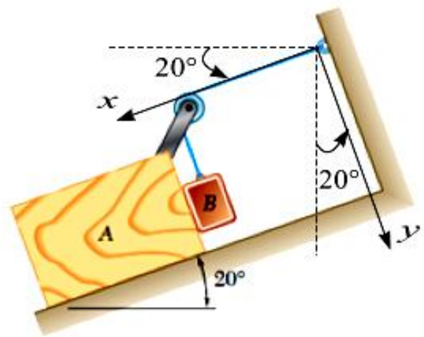
Problema 18

Un bloque A de *25 kg* descansa sobre una superficie inclinada y un contrapeso B de *15 kg* se une al cable en la forma indicada. Si se ignora la fricción. Determine la aceleración de A y la tensión en el cable inmediatamente después de que el sistema empieza a moverse desde el reposo



Solución

Debido a que existe un movimiento relativo de B con respecto a A, es necesario encontrar la relación entre las aceleraciones, para esto se traza el sistema de referencia mostrado en la figura



Aplicando cinemática de movimientos dependientes se tiene

$$x_A + y_{B/A} = \text{ constante} \quad (1)$$

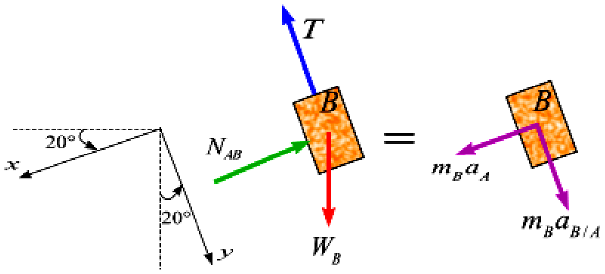
Derivando la ecuación (1) respecto al tiempo dos veces se obtiene la relación entre las aceleraciones.

$$a_A + a_{B/A} = 0 \quad (2)$$

La relación vectorial de la aceleración relativa de B con respecto a A será

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} = a_A\hat{i} + a_{B/A}\hat{j} \quad (3)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque B. Sobre él actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable **T**, el peso del collarín **W_B** y la fuerza ejercida por el bloque A sobre B **N_{AB}**.

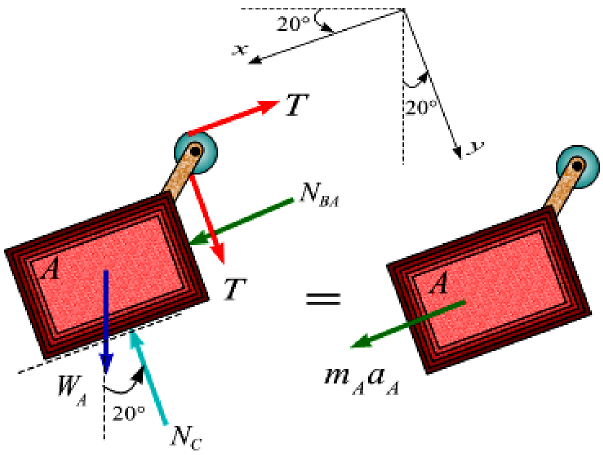


Aplicando las ecuaciones de movimiento al bloque B, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$+\swarrow \sum F_x = m_B a_{B,x}$$
$$m_B g sen 20° - N_{AB} = m_B a_A$$
$$m_B a_A + N_{AB} = 15(9,81) sen 20°$$
$$15 a_A + N_{AB} = 50,328 \quad (4)$$

$$+\searrow \sum F_y = m_B a_{B,y}$$
$$m_B g \cos 20° - T = m_B a_{B/A}$$
$$15 a_{B/A} + T = 15(9,81)\cos 20°$$
$$15 a_{B/A} + T = 138,276 \quad (5)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque A más la polea. Sobre él actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable **T**, el peso del bloque $\mathbf{W_A}$ y la fuerza ejercida por el bloque B sobre A $\mathbf{N_{BA} = N_{AB}}$ y la fuerza ejercida por el piso sobre el bloque A $\mathbf{N_C}$.



Aplicando las ecuaciones de movimiento al bloque A, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$+\swarrow \sum F_x = m_A a_{A,x}$$
$$m_A g sen 20° + N_{BA} - T = m_A a_A$$
$$25 a_A + N_{BA} - T = 25(9,81) sen 20°$$
$$25 a_A - N_{BA} + T = 83,88N \quad (6)$$

Sumando las ecuaciones (4) y (6) y teniendo en cuenta que $N_{AB} = N_{BA}$, resulta

$$40 a_A + T = 134,208 \quad (7)$$

Remplazando la ecuación (2) en (5) tenemos

$$15 a_A - T = -138,276N \quad (8)$$

Sumando las ecuaciones (7) y (8), nos da

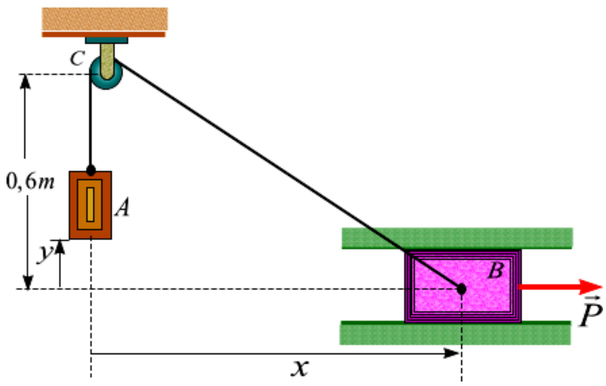
$$55 a_A = -4,068$$
$$a_A = -0,074 m/s^2 = 0,0,74 m/s^2 \nearrow \quad \text{Rta}$$

Remplazando la aceleración obtenida en la ecuación (7), resulta

$$40(-0,074) + T = 134,208$$
$$T = 137,2N \quad \text{Rta}$$

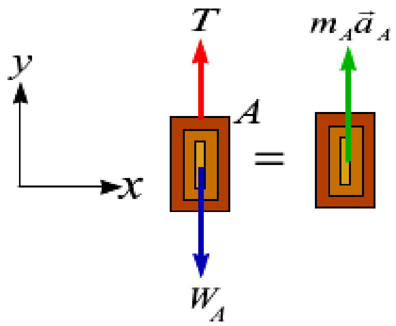
Problema 19

El Bloque A de *4 kg* mostrado en la figura se conecta al bloque B de *8 kg* mediante una cuerda de *1,5 m* que pasa por la polea lisa ubicada en C. la ranura horizontal es lisa. Cuando *x = 0,8 m* la velocidad del bloque B es *1,2 m/s* hacia la derecha. Sabiendo que la fuerza P tiene una magnitud de 50 N y es horizontal todo el tiempo, determine: (a) la aceleración del bloque B y (b) la tensión en la cuerda.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque A. Sobre él actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable **T** y el peso del collarín $\mathbf{W_A}$

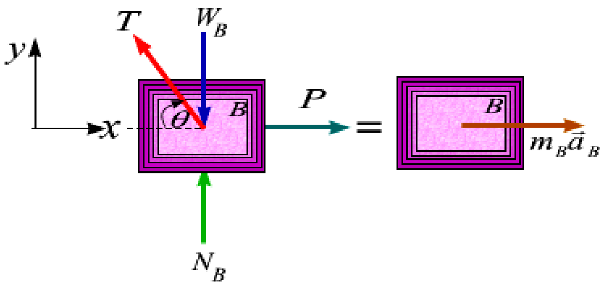


Aplicando las ecuaciones de movimiento al bloque A, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$+\uparrow \sum F_y = m_A a_{A,y}$$
$$T - W_A = m_A a_A$$

$$T - m_A g = m_A a_A$$
$$T - 39,24 = 4a_A \qquad (1)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque B. Sobre él actúan las siguientes fuerzas: la tensión en el cable **T**, el peso del collarín **W$_B$**, La fuerza ejercida por el piso sobre el bloque **N$_B$** y la fuerza externa **P**.



Aplicando las ecuaciones de movimiento al bloque B, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\sum F_y = m_B a_{B,y}$$
$$N_B + Tsen\theta - W_B = m_B(0)$$
$$N_B = m_B g - Tsen\theta$$
$$N_B = 78,48 - Tsen\theta \qquad (2)$$

$$\rightarrow \sum F_x = m_B a_{B,x}$$
$$P - T\cos\theta = m_B a_B$$
$$50 - T\cos\theta = 8a_B \qquad (3)$$

De la gráfica puede observarse que cuando x = 0,8 m, el ángulo θ será

$$tg\theta = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$$
$$\theta \approx 37°$$

Una vez determinado el ángulo se procede a remplazarlo en la ecuación (3) obteniéndose:

$$50 - T(4/5) = 8a_B \qquad (4)$$

Determinemos ahora la relación entre las aceleraciones, utilizando cinemática de movimiento dependiente, es decir

$$L = (0,6 - y) + \sqrt{0,6^2 + x^2} = 1,5$$
$$y = -0,9 + \sqrt{0,6^2 + x^2} \qquad (5)$$

Cuando $x = 0,8m$ de la ecuación (5) se tiene

$$y = -0,9 + \sqrt{0,36 + 0,8^2}$$
$$y = 0,1m$$

Derivando la ecuación (4) respecto del tiempo se obtiene la relación entre las velocidades. Es decir

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{2}\; 0,36 + x^2 \;^{-1/2} (2x)\frac{dx}{dt}$$
$$v_A = \frac{xv_B}{\sqrt{0,36 + x^2}} \qquad (6)$$

Si la velocidad de B es v_B = *1,2 m/s* , la velocidad del bloque A será

$$v_B = \frac{0,8m(1,2m/s)}{\sqrt{0,36 + 0,8^2 m}} = 0,96m/s \qquad (7)$$

Derivando la expresión de la velocidad respecto del tiempo se tiene.

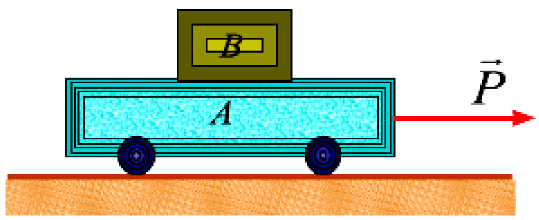
$$\frac{dv_A}{dt} = \frac{v_B^2}{\sqrt{0,36 + x^2}} + \frac{xa_B}{\sqrt{0,36 + x^2}} - \frac{x^2 v_B^2}{\sqrt{[0,36 + x^2]^3}}$$
$$a_A = 0,52 + 0,8a_B \qquad (8)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (1), (4) y (8), se obtiene

$$a_B = 1,6m/s \rightarrow$$
$$T = 46,5N$$

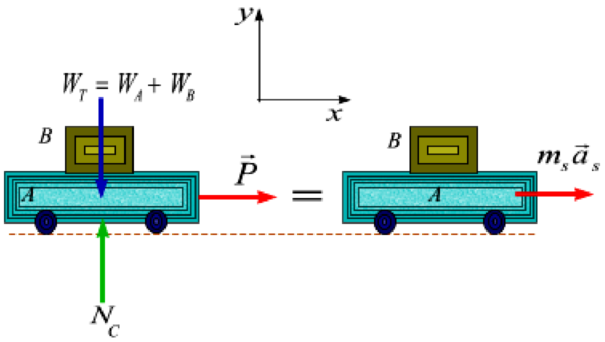
Problema 20.

Una caja de *30 kg* descansa sobre un carro de *20 kg*, siendo el coeficiente de rozamiento estático entre ambos *0,25*. Con la condición de que la caja no deslice sobre el carro. Determine: (a) el máximo valor de la magnitud de $\vec{P}$. (b) la aceleración correspondiente del carro.



Solución

Primero supondremos que la fuerza P es suficientemente pequeña de tal manera que la caja no se desplaza sobre el carro. Bajo estas condiciones se traza el DCL y cinético del sistema carro más caja: las fuerzas que actúan son el peso $\boldsymbol{W_T} = \boldsymbol{W_A} + \boldsymbol{W_B}$; la reacción normal **N$_C$** y la fuerza externa **P.**



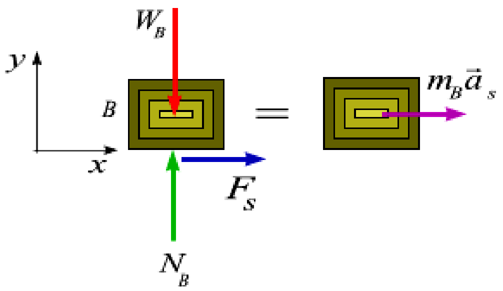
Aplicando las ecuaciones de movimiento al sistema, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$\rightarrow \sum F_x = m_s a_{s,x}$$

$$P = (m_A + m_B)a_s = (30+20)a_s$$

$$P = 50a_s \qquad (1)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético de la caja B. Las fuerzas que actúan son $\mathbf{N_B}$, el peso $\mathbf{W_B}$ y la fuerza de rozamiento estática $\mathbf{F_s}$ la que le comunica la aceleración.



Aplicando las ecuaciones de movimiento al bloque B, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$+\uparrow \sum F_y = m_B a_{B,y}$$

$$N_B - m_B g = m_B(0)$$

$$N_B = m_B g = 30(9,81) = 294,3N \qquad (2)$$

$$\rightarrow \sum F_x = m_B a_{s,x}$$

$$F_s = 30a_s \qquad (3)$$

Remplazando la ecuación (1) en (3), resulta

$$F_s = 30\left(\frac{P}{50}\right)$$

$$F_s = 0,6P \qquad (4)$$

De la ecuación (4) se concluye que al crecer la fuerza P, la fuerza de rozamiento estática también aumenta. Sin embargo, dicha fuerza no puede aumentar indefinidamente sino hasta alcanzar su valor máximo dado por

$$F_s = \mu_s N_C = \mu_s m_B g = 0,25(30)(9,81)$$

$$F_s = 73,575N$$

Remplazando este valor en la ecuación (4), se tiene

$$73,575N = 0,6P_{\max}$$

$$P_{\max} = 122,63N \quad \text{Rta}$$

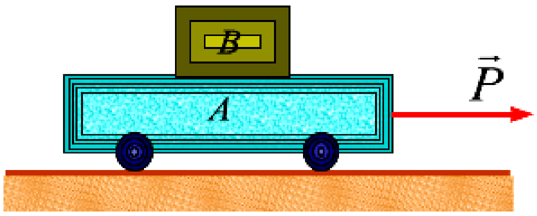
Al remplazar el valor de la fuerza P_{max} obtenido en la ecuación (1) se obtiene

$$122,63N = 50a_s$$

$$a_s = 2,45\ m/s^2 \quad \text{Rta}$$

Problema 21

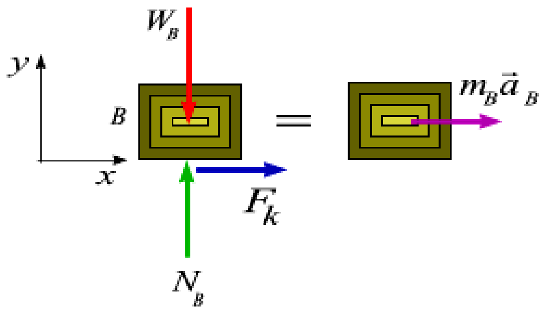
Una caja de *30 kg* descansa sobre un carro de *20 kg*, como se muestra en la figura. Si los coeficientes de rozamiento entre ambos son μ_s = *0,25*, μ_k = *0,20* y la fuerza exterior aplicada es de ***P*** = *150 N*. Determine: (a) la aceleración del carro, (b) la aceleración de la caja y (c) la aceleración relativa de la caja respecto al carro



Solución

Del problema anterior se observa que la fuerza máxima que se puede aplicar al carro sin que deslice el bloque B es P_{max} =*122,63N*. Pero en este problema la fuerza aplicada sobre el carro es *P* = *150N*, entonces existirá deslizamiento entre la caja y el carro

Bajo estas condiciones se traza el DCL y cinético de la caja B: las fuerzas que actúan son el peso $\mathbf{W_B}$; la reacción normal $\mathbf{N_B}$ y la fuerza de rozamiento cinética

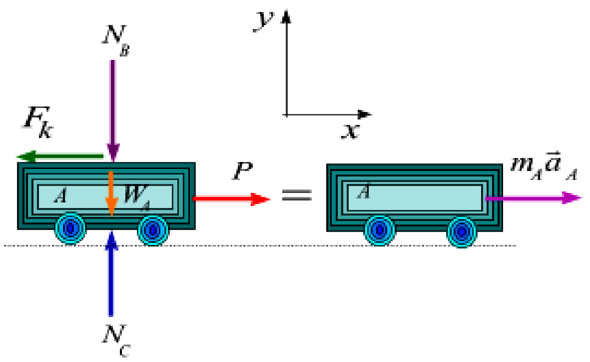


Aplicando las ecuaciones de movimiento al bloque B, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

$$+\uparrow\sum F_y = m_B a_{B,y}$$
$$N_B - m_B g = m_B(0)$$
$$N_B = m_B g = 30(9{,}81) = 294{,}3N \qquad (2)$$

$$\rightarrow\sum F_x = m_B a_{B,x}$$
$$F_k = m_B a_B$$
$$\mu_k m_B g = m_B a_B$$
$$a_B = \mu_k g = 0{,}20(9{,}81)$$
$$a_B = 1{,}96\ m/s^2 \qquad \text{Rta}$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del carro A: las fuerzas que actúan son su peso **W$_A$**, la fuerza que ejerce la caja sobre el carro **N$_B$**, la fuerza que ejerce el piso sobre las llantas del carro representada por **N$_C$** y la fuerza externa **P**.



Aplicando las ecuaciones de movimiento al bloque B, según el sistema de referencia mostrado, se tiene

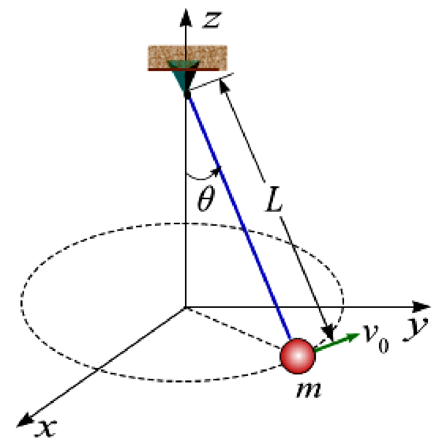
$$+\uparrow\sum F_y = m_A a_{A,y}$$
$$N_C - N_B - m_A g = m_A(0)$$
$$N_C = m_B g + m_A g$$
$$N_B = 409{,}5N$$

$$\rightarrow\sum F_x = m_A a_{A,x}$$
$$P - F_k = m_A a_A$$

$$150N - \mu_k N_B = m_A a_A$$
$$150N - 0{,}20(294{,}30N) = 20a_A$$
$$a_A = 4{,}56\ m/s^2 \qquad \text{Rta}$$

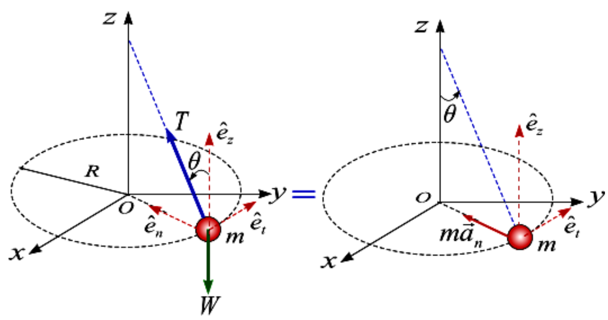
Problema 22.

Una esfera de pequeñas dimensiones y masa *m = 5 kg* se sujeta a una cuerda de longitud *L = 2 m* para hacerla girar describiendo una circunferencia horizontal a celeridad constante v_o. Sabiendo que la cuerda forma un ángulo θ = *40°* con la vertical. Determine: (a) la tensión en la cuerda y (b) la celeridad v_0.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la esfera. Las fuerzas que actúan son la tensión en el cable **T** y el peso **W** de la esfera



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene

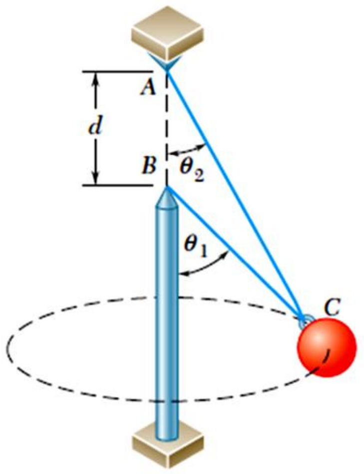
$$\sum F_z = ma_z$$
$$T\cos\theta - mg = m(0)$$
$$T = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{5(9{,}81)}{\cos 40°}$$
$$T = 64{,}03\ N \qquad \text{Rta}$$

$$\sum F_n = ma_n$$
$$T sen\theta = m\frac{v_0^2}{R}$$
$$(64{,}03\ N)(sen 40°) = 5\frac{v_0^2}{(2\ m)sen 40°}$$
$$v_0 = 3{,}25\ m/s \qquad \text{Rta}$$

Problema 23.

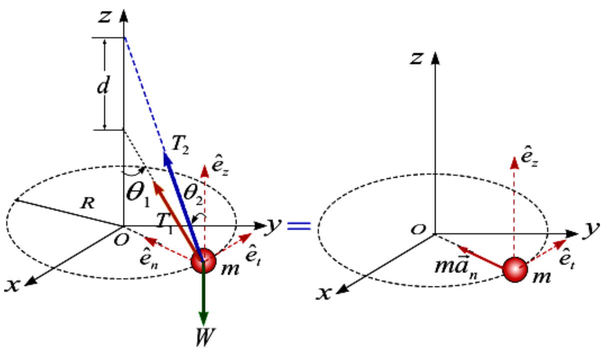
Dos alambres AC y BC están unidos a una esfera de 5 kg. Si se hace gira a la esfera de modo que describa una circunferencia horizontal a celeridad constante *v*. Si θ_1

= 60° y θ_2 = 30°, d = *1,2 m* y la tensión en los alambres es la misma. Determine: (a) la velocidad *v* y (b) el valor de la tensión.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la esfera. Las fuerzas que actúan son las tensiones en los cables $\mathbf{T_1}$, $\mathbf{T_2}$ y el peso **W** de la esfera



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

Dirección *z*

$$\sum F_z = ma_z$$

$$T_2\cos\theta_2 + T_1\cos\theta_1 - mg = m(0)$$

$$T_2\cos 30° + T_1\cos 60° = 5kg(9{,}81m/s^2)$$

$$0{,}866T_2 + 0{,}5T_1 = 49{,}05\ N \quad (1)$$

Teniendo en cuenta que las tensiones son iguales

$$0{,}866T + 0{,}5T = 49{,}05\ N$$

$$T = 35{,}91\ N \qquad (2)$$

Dirección normal *n*

$$\sum F_n = ma_n$$

$$T_2 sen\theta_2 + T_1 sen\theta_1 = m\frac{v^2}{R}$$

$$T_2 sen30° + T_1 sen60° = 5\frac{v^2}{R}$$

$$0{,}5T + 0{,}866T = 5\frac{v^2}{R}$$

$$1{,}366T = 5\frac{v^2}{R} \qquad (3)$$

De la geometría de la figura se tiene que en el triángulo OAC

$$OC = OAtg30° \Rightarrow R = (d+x)tg30° \quad (4)$$

De la geometría de la figura se tiene que en el triángulo OBC

$$OC = OBtg60° \Rightarrow R = x\ tg30° \quad (5)$$

De las ecuaciones (4) y (5) se tiene

$$(d+x)tg30° = x\ tg30°$$

$$(1{,}2\ m + x)tg30° = x\ tg60°$$

$$x(tg60° - tg30°) = (1{,}2\ m)tg30°$$

$$x = 0{,}6m$$

$$R = 0{,}6tg60° \Rightarrow R = 1{,}039\ m$$

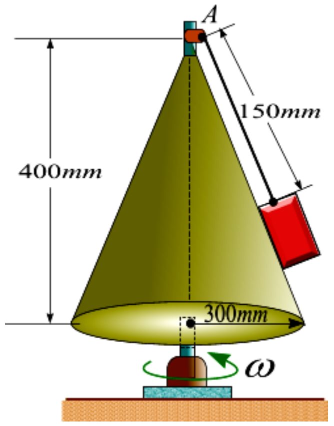
Remplazando la ecuación (1) y el valor de R en la ecuación (3) resulta

$$5(\frac{v^2}{1{,}039}) = 1{,}366(35{,}91\ N)$$

$$v = 3{,}19\ m/s \qquad \text{Rta}$$

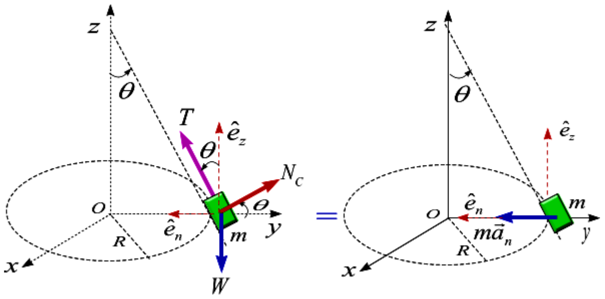
Problema 24.

El bloque B que tiene una masa de 300 g está unido al vértice A del cono circular recto por medio de una cuerda ligera. El cono está girando a una rapidez angular constante alrededor del eje *z* de tal modo que el bloque adquiere una rapidez de 0,6 m/s. A esta rapidez determine la tensión en la cuerda y la reacción normal que ejerce el cono sobre el bloque. Desprecie el tamaño del cono en el cálculo.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la esfera. Las fuerzas que actúan son la tensión en el cable **T**, la reacción normal $\mathbf{N_C}$ y el peso **W** de la esfera

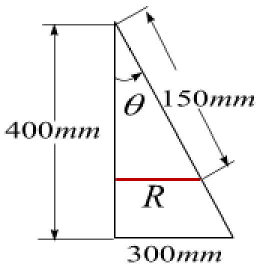


Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\sum F_z = ma_z$$
$$T\cos\theta + N_C sen\theta - mg = m(0)$$
$$T\cos\theta + N_C sen\theta = mg \qquad (1)$$

$$\sum F_n = ma_n$$
$$Tsen\theta + N_C cos\theta = m\frac{v^2}{R} \qquad (2)$$

De la geometría de la figura se tiene



$$tg\theta = \frac{300mm}{400mm} \Rightarrow \theta \cong 37° \qquad (3)$$
$$R = 0,15sen\theta = 0,15(0,3/0.5)$$
$$R = 0,09m \qquad (4)$$

Remplazando el valor de R y el ángulo θ en las ecuaciones (1) y (2) se tiene

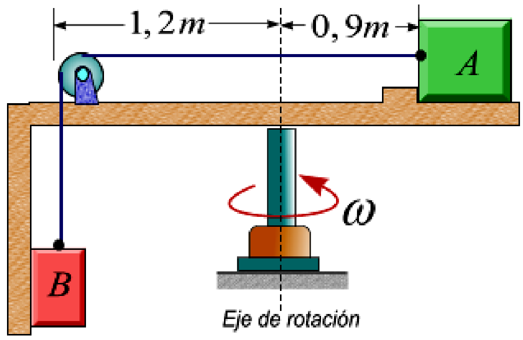
$$T\cos 37° + N_C sen37° = (0,3kg)(9,81m/s^2)$$
$$0,8T + 0,6N_C = 2,94\ \ N \qquad (5)$$
$$Tsen37° + N_C cos37° = (0,3kg)[\frac{(0,6m/s)^2}{0,09m}]$$
$$0,6T + 0,8N_C = 1,2\ \ N \qquad (6)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (5) y (6) se tiene

$$T = 3,07\ \ N$$
$$N_C = 0,81\ \ N$$

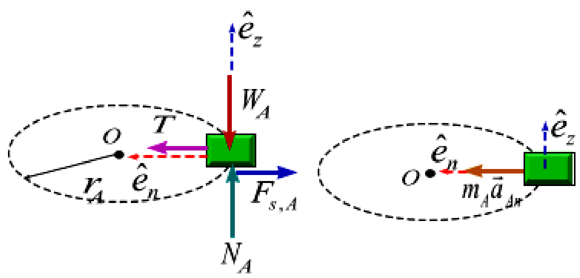
Problema 25

El marco mostrado en la figura gira alrededor de un eje vertical. El coeficiente de fricción entre el bloque A de *15 kg* y la plataforma es μ_A = *0,40*. Determine el coeficiente de fricción entre el bloque B de *10 kg* y la superficie vertical si el bloque B empieza a subir cuando el marco gira con una rapidez angular ω = *4* rad/s.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque A. Las fuerzas que actúan son la tensión en el cable **T**, la reacción normal $\mathbf{N_A}$, la fuerza de fricción $F_{s,A}$ y el peso $\mathbf{W_A}$ del bloque



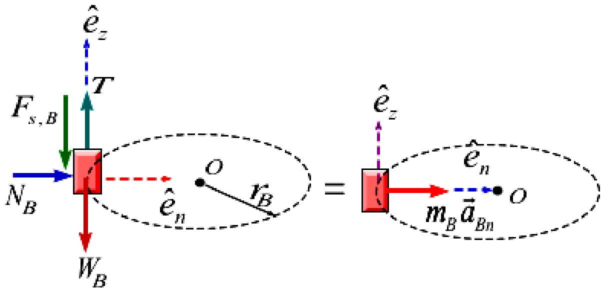
Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\sum F_z = m_A a_z$$
$$N_A - m_A g = m_A(0)$$
$$N_A = m_A g \qquad (1)$$
$$\therefore F_{s,A} = \mu_A N_A = \mu_A m_A g$$
$$F_{s,A} = 0,4(15\ \ kg)(9,81\ \ m/s^2)$$
$$F_{s,A} = 58,86\ \ N \quad (2)$$

$$\sum F_n = m_A a_n$$
$$T + F_{s,A} = m_A\frac{v_A^2}{r_A} = m_A\omega^2 r_A$$

$$T + 58{,}36\ N = 15\ kg(4\ rad/s)^2(0{,}9\ m)$$
$$T + 58{,}86\ N = 216\ N$$
$$T = 157{,}14\ N \qquad (3)$$

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque B. Las fuerzas que actúan son la tensión en el cable **T**, la reacción normal $\mathbf{N_B}$, la fuerza de fricción $F_{s,B}$ y el peso $\mathbf{W_B}$ del bloque



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\uparrow \sum F_z = m_B a_z$$
$$T - F_{s,B} - m_B g = m_B(0)$$
$$T = \mu_B N_B + m_B g = \mu_B N_B + 10kg(9{,}81 m/s^2)$$
$$T = \mu_B N_B + 98{,}1\ N \qquad (4)$$

$$\rightarrow \sum F_n = m_B a_n$$
$$N_B = m_B \frac{v_B^2}{r_B} = m_B \omega^2 r_B$$
$$N_B = (10\ kg)(4\ rad/s)^2(1{,}2\ m)$$
$$N_B = 192\ N \qquad (5)$$

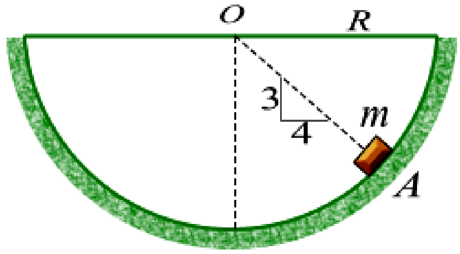
Remplazando las ecuaciones (3) y (5) en (4) resulta

$$157{,}14N = \mu_B(192N) + 98{,}1$$

$$\mu_B = 0{,}31 \qquad \text{Rta}$$

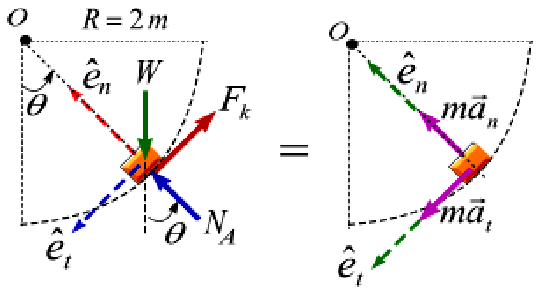
Problema 26

El bloque A de masa *m* representado en la figura se desliza en una pista circular contenido en un plano vertical cuyo radio es *r = 2,00 m*. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la pista es $\mu_k =$ *0,30*. En la posición representada la velocidad del bloque es *3 m/s* en el sentido de descenso. Determine la aceleración del bloque en este instante.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del bloque A. Las fuerzas que actúan son la reacción normal $\mathbf{N_A}$, la fuerza de fricción F_k cuyo sentido es opuesto al movimiento es decir está dirigido hacia arriba y a la derecha y el peso $\mathbf{W_A}$ del bloque



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\nwarrow \sum F_n = ma_n$$
$$N_A - mg\cos\theta = m\frac{v^2}{r}$$
$$N_A = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{r}$$
$$N_A = m(9{,}81\ m/s^2)(3/5) + m\left(\frac{(3\ m/s)^2}{2\ m}\right)$$
$$N_A = m(10{,}4)\ N \qquad (1)$$

$$\swarrow \sum F_t = ma_t$$
$$mgsen\theta - F_k = ma_t$$
$$mgsen\theta - \mu_k N_A = ma_t$$
$$m(9{,}81 m/s^2)(4/5) - 0{,}3N_A = ma_t$$
$$m(7{,}848) - 0{,}3N_A = ma_t \qquad (2)$$

Remplazando la ecuación (1) en (2), resulta

$$m(7{,}848) - 0{,}3(10{,}4m) = ma_t$$
$$a_t = 4{,}73\ m/s^2$$

La aceleración normal está dada por

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(3\ m/s\right)^2}{2\ m}$$

$$a_n = 4,5\ m/s^2$$

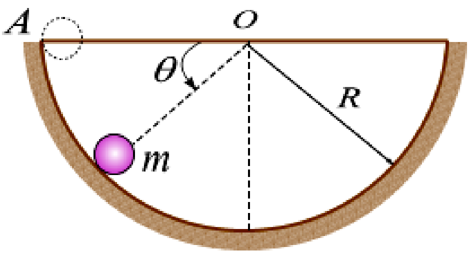
La aceleración total del bloque cuando pasa por el punto A será

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(4,73\ m/s^2\right)^2 + \left(4,5\ m/s^2\right)^2}$$

$$a = 6,54\ m/s^2$$

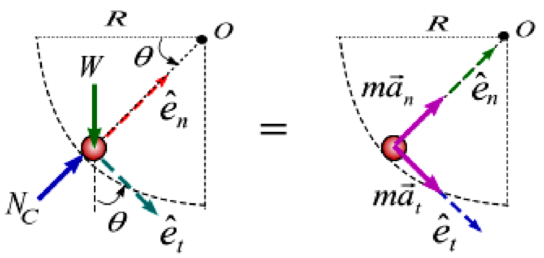
Problema 27

Una partícula de masa *m* se mueve en un canal cilíndrico partiendo desde el reposo cuando θ = 0°. Determine la reacción normal que ejerce el cilindro sobre la partícula en cualquier posición θ.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la partícula en cualquier posición θ. Las fuerzas que actúan son la reacción normal $\mathbf{N_C}$, y el peso **W** de la partícula



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\nearrow \sum F_n = ma_n$$

$$N_C - mgsen\theta = m\frac{v^2}{R}$$

$$N_A = mgsen\theta + m\frac{v^2}{R} \qquad (1)$$

$$\sum F_t = ma_t$$

$$mg\cos\theta = ma_t$$

$$a_t = g\cos\theta \qquad (2)$$

Usando la definición de aceleración tangencial la ecuación (2) puede escribirse

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = g\cos\theta$$

$$v\frac{dv}{ds} = g\cos\theta$$

$$vdv = g\cos\theta ds = g\cos\theta d(R\theta)$$

$$\int_0^v vdv = gR\int_0^\theta \cos\theta d\theta$$

$$v^2 = 2gRsen\theta \qquad (3)$$

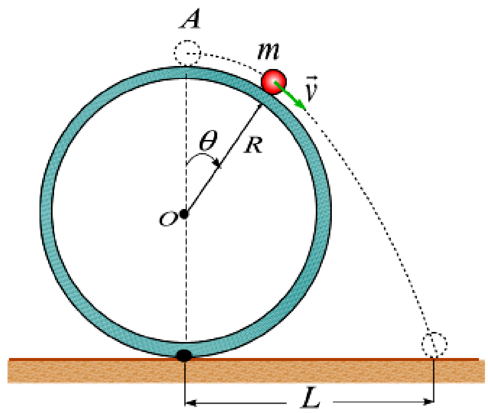
Remplazando la ecuación (3) en (1) nos da

$$N_C = mgsen\theta + m\frac{(2gRsen\theta)}{R}$$

$$N_C = 3mgsen\theta \qquad \text{Rta}$$

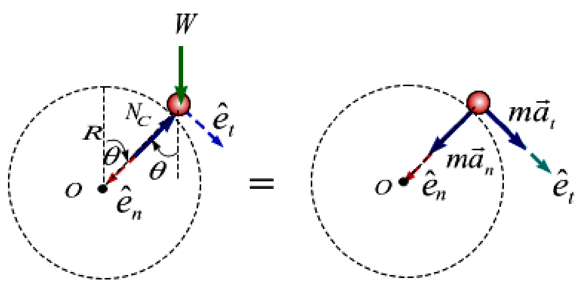
Problema 28

Una partícula de masa *m* inicialmente en reposo en A desliza hacia abajo en un plano vertical a partir de la cima de un aro liso, de radio *R*, como se muestra en la figura. Determine: (a) el punto donde la partícula abandona la superficie lisa y la velocidad de la partícula en ese instante, (b) ¿A qué distancia L del punto de apoyo del aro cae la partícula.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la partícula en cualquier posición θ. Las fuerzas que actúan son la reacción normal $\mathbf{N_C}$, y el peso **W** de la partícula



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\swarrow \sum F_n = ma_n$$

$$mg\cos\theta - N_C = m\frac{v^2}{R}$$

$$N_C = mg\cos\theta - m\frac{v^2}{R} \quad (1)$$

$$\searrow \sum F_t = ma_t$$

$$mgsen\theta = ma_t$$

$$a_t = gsen\theta \quad (2)$$

Usando la definición de aceleración tangencial la ecuación (2) puede escribirse

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = gsen\theta$$

$$v\frac{dv}{ds} = gsen\theta$$

$$vdv = gsen\theta ds = gsen\theta d(R\theta)$$

$$\int_0^v vdv = gR\int_0^{\theta_{max}} sen\theta d\theta$$

$$v^2 = -2gR\cos\theta\Big|_0^{\theta_{max}}$$

$$v^2 = 2gR\,(1-\cos\theta_{max}) \quad (3)$$

Remplazando la ecuación (3) en (1), resulta

$$N_C = mg\cos\theta_{max} - m\frac{2gR\,(1-\cos\theta_{max})}{R}$$

$$N_C = 3mg\cos\theta_{max} - 2mgR \quad (4)$$

En el punto donde la partícula abandona la superficie $N_C \cong 0$, entonces se tiene

$$3mg\cos\theta_{max} - 2mgR = 0$$

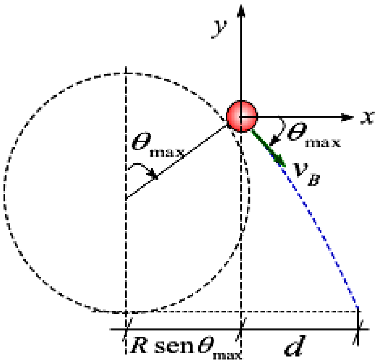
$$\cos\theta_{max} = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta_{max} = 48,2° \quad (5)$$

Al remplazar la ecuación (5) en (3) resulta

$$v^2 = 2gR(1-2/3) = \frac{2gR}{3}$$

$$v = 2,56\sqrt{R} \quad (6)$$

Una vez que la partícula abandona la superficie cilíndrica se moverá bajo la acción de la gravedad describiendo un trayectoria parabólica.



Movimiento horizontal: es MRU

$$x = v_B(\cos\theta_{max})t = 2,56\sqrt{R}(\cos\theta_{max})t \quad (7)$$

Movimiento vertical: es un movimiento variado con aceleración igual a la de la gravedad

$$y = -v_B(sen\theta_{max})t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = -2,56\sqrt{R}(sen\theta_{max})t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (8)$$

Cuando la partícula impacta en el piso habrá recorrido una distancia horizontal d y descendido una altura vertical $h = R + Rcos\theta_{max}$, entonces las ecuaciones 7 y 8 se escriben

$$d = 2,56\sqrt{R}(2/3)t = 1,71\sqrt{R}\ t \quad (9)$$

$$t = \frac{d}{1,71\sqrt{R}}$$

$$-(R - R\cos 48,2°) = -2,56\sqrt{R}(sen48,2°)t - 4,905t^2$$

$$-R(1/3) = -1,908\sqrt{R}\ t - 4,905t^2$$

$$R(1/3) = 1,908\sqrt{R}\left(\frac{d}{1,71\sqrt{R}}\right) + 4,905\left(\frac{d}{1,71\sqrt{R}}\right)^2$$

$$R(1/3) = 1,12d + 1,68\frac{d^2}{R^2}$$

$$d = 0,72R$$

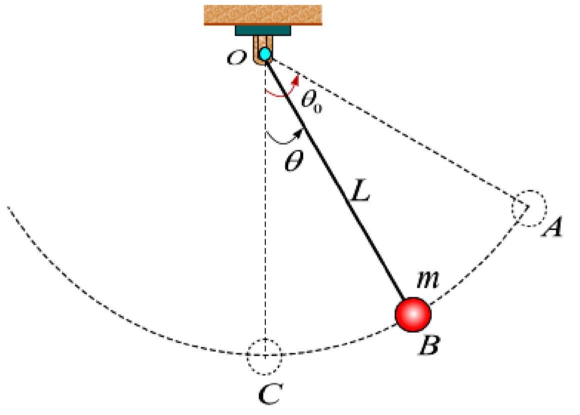
La longitud L solicitada será

$$L = Rsen\theta_{max} + d = Rsen48,2° + 0,72R$$

$$L = 1,47R \qquad \text{Rta}$$

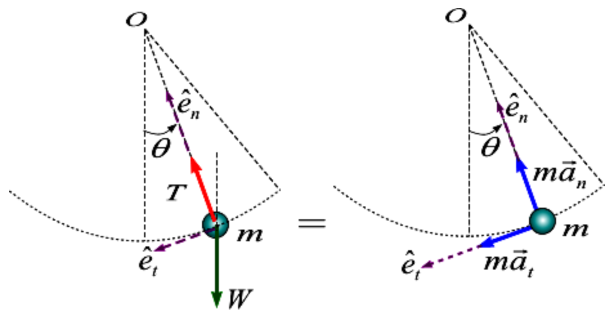
Problema 29

Una esferita de masa m se suelta desde el reposo en el punto A y oscila en un plano vertical en el extremo de una cuerda de longitud L. Determine: (a) la componente tangencial de la aceleración en el punto B en función del ángulo θ, (b) la velocidad en el punto B en función de θ, θ_0 y L, (c) la tensión en la cuerda en función de m, g y θ_0 cuando la esfera pase por la posición más baja de su trayectoria, (d) el valor de θ_0 si la tensión en la cuerda es T = 2 m g cuando la esfera pasa por el punto C



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la partícula en cualquier posición θ. Las fuerzas que actúan son la tensión en el cable **T**, y el peso **W** de la partícula



Parte (a) Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\nwarrow \sum F_n = ma_n$$

$$T - mg\cos\theta = m\frac{v^2}{L}$$

$$T = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{R} \quad (1)$$

$$\swarrow \sum F_t = ma_t$$

$$-mgsen\theta = ma_t$$

$$a_t = -gsen\theta \quad (2) \quad \text{Rta}$$

El signo menos (-) de la ecuación (2) indica que la aceleración tangencial tiene un sentido opuesto a la posición angular θ.

Parte (b). Usando la definición de aceleración tangencial, la ecuación (2) puede escribirse

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = -gsen\theta$$

$$v\frac{dv}{ds} = -gsen\theta$$

$$vdv = -gsen\theta ds = -gsen\theta d(L\theta)$$

$$\int_0^v vdv = -gL\int_{\theta_0}^{\theta} sen\theta d\theta$$

$$v^2 = 2gR\cos\theta\Big|_{\theta_0}^{\theta}$$

$$v^2 = 2gR\ \cos\theta - \cos\theta_0$$

$$v = \sqrt{2gR\ \cos\theta - \cos\theta_0} \quad (3) \quad \text{Rta}$$

Parte (c). para determinar la tensión en el punto C, se remplaza el valor del ángulo θ = 0° en la ecuación (3). Es decir

$$v_C = \sqrt{2gL(\cos 0° - \cos\theta_0)}$$

$$v_C = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta_0)} \quad (4)$$

Remplazando este valor en la ecuación (1), se tiene

$$T_C = mg\cos 0^0 + \frac{m}{L}[2gL(1 - \cos\theta_0)]$$

$$T_C = mg(3 - 2\cos\theta_0) \quad (5) \quad \text{Rta}$$

Parte (d) Cálculo de θ_0 cuando $T = 2mg$. Este valor se obtiene remplazando el valor de la tensión en la ecuación (4). Es decir

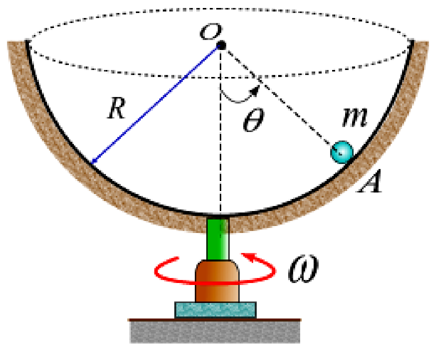
$$2mg = mg(3 - 2\cos\theta_0)$$

$$\cos\theta_0 = 1/2 \Rightarrow \theta_0 = \cos^{-1}(1/2)$$

$$\theta_0 = 60° \quad \text{Rta}$$

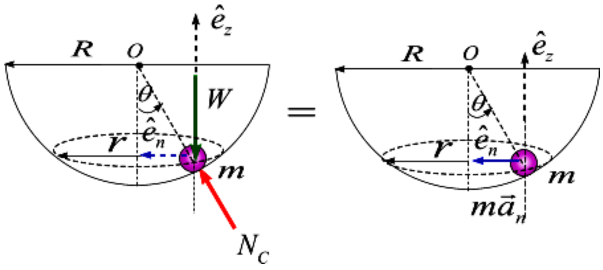
Problema 30

Una esfera pequeña de masa m se deja caer en un recipiente hemisférico liso de radio interior R que se encuentre girando alrededor de un eje vertical con una rapidez angular constante ω rad/s. Finalmente la esfera queda en reposo respecto al recipiente en la posición mostrada. Determine el ángulo θ que define esta posición de equilibrio con relación al recipiente.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la esfera en la posición θ. Las fuerzas que actúan son la tensión en el cable $\mathbf{N_C}$, y el peso **W** de la esfera.



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\uparrow \sum F_z = ma_z$$

$$N_C \cos\theta - mg = m(0)$$

$$N_C = mg/\cos\theta \qquad (1)$$

$$\leftarrow \sum F_n = ma_n$$

$$N_C sen\theta = m\omega^2 r \quad (2)$$

Remplazando la ecuación (1) en (29, resulta.

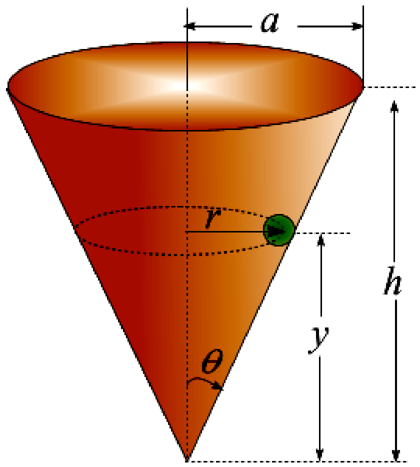
$$(mg/\cos\theta)sen\theta = m(\omega^2)(Rsen\theta)$$

$$\cos\theta = \frac{g}{\omega^2 R}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{g}{\omega^2 R}\right) \quad \text{Rta}$$

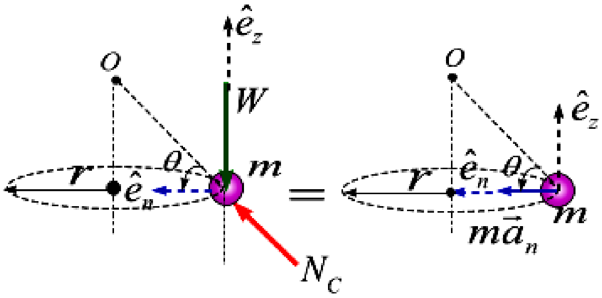
Problema 31

La esfera de pequeñas dimensiones a una rapidez *v* recorriendo una circunferencia horizontal en el interior de un cono recto de base circular como se muestra en la figura. Exprese la velocidad *v* en función de la altura *y* de la trayectoria sobre el vértice del cono.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la esfera en la posición θ. Las fuerzas que actúan son la tensión en el cable $\mathbf{N_C}$, y el peso **W** de la esfera.



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\uparrow \sum F_z = ma_z$$

$$N_C sen\theta - mg = m(0)$$

$$N_C = mg/sen\theta \qquad (1)$$

$$\leftarrow \sum F_n = ma_n$$

$$N_C \cos\theta = mv^2/r \quad (2)$$

Remplazando la ecuación (1) en (29, resulta

$$(mg/sen\theta)\cos\theta = m\frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = g\ r\ ctg\theta \quad (3)$$

De la figura adjunta se observa que

$$\frac{r}{y} = \frac{a}{h} \Rightarrow r = \frac{a}{h}y \quad (4)$$

$$ctg\theta = \frac{h}{a} \qquad (5)$$

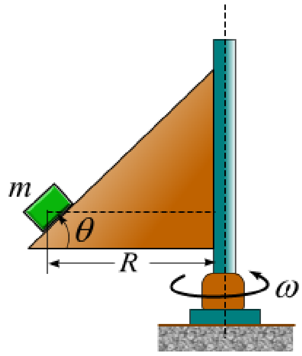
Remplazando las ecuaciones (4) y (5) en la ecuación (3) resulta

$$v^2 = g\left[\frac{a}{h}y\right]\left(\frac{h}{a}\right)$$

$$v = \sqrt{g\ y} \qquad \text{Rta}$$

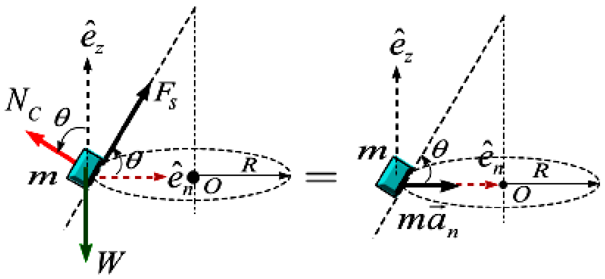
Problema 32

En el extremo de un plano inclinado un ángulo θ descansa un bloque pequeño de masa *m*. El plano inclinado gira uniformemente alrededor de un eje vertical con una rapidez angular ω. Si la distancia del centro de gravedad del bloque al eje de giro es *R*. Determine el valor del coeficiente de rozamiento estático para que el boque se mantenga inmóvil respecto al plano inclinado giratorio.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la esfera en la posición θ. Las fuerzas que actúan son la reacción ejercida por la superficie sobre el bloque $\mathbf{N_C}$, la fuerza de fricción estática $\mathbf{F_s}$ y el peso **W** del bloque



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\uparrow \sum F_z = ma_z$$

$$N_C \cos\theta + F_s sen\theta - mg = m(0)$$

$$N_C \cos\theta + \mu_s N_C sen\theta = mg \qquad (1)$$

$$\rightarrow \sum F_n = ma_n$$

$$-N_C sen\theta + F_s \cos\theta = m\omega^2 R$$

$$-N_C sen\theta + \mu_s N_C \cos\theta = m\omega^2 R \quad (2)$$

Dividiendo las ecuaciones (2) y (1) resulta

$$\frac{\mu_s \cos\theta - sen\theta}{\mu_s sen\theta + \cos\theta} = \frac{\omega^2 R}{g}$$

$$\mu_s = \frac{\omega^2 R\cos\theta + g sen\theta}{g\cos\theta - \omega^2 R sen\theta}$$

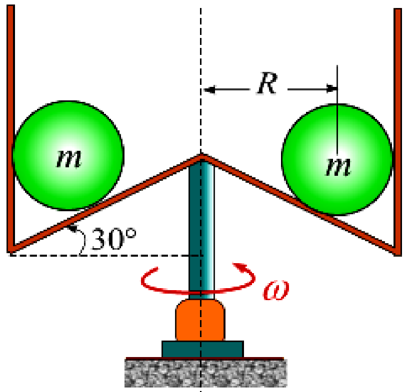
Para que la ecuación anterior se cumpla es necesario que

$$g\cos\theta - \omega^2 R sen\theta > 0$$

$$tg\theta < \frac{g}{\omega^2 R}$$

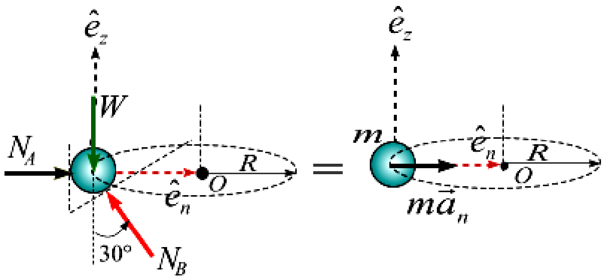
Problema 33

La cazoleta cónica gira alrededor de su eje vertical a la rapidez angular constante de *60 rpm* arrastrando con ella a dos esferas. Si cada esfera tiene una masa de *3,6 kg* y están ubicadas simétricamente a un distancia *R = 24,5 cm* del eje de giro. Determine la fuerza N_A de contacto entre cada esfera y la superficie vertical de la cazoleta.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de la esfera izquierda. Las fuerzas que actúan son la fuerza que ejerce la pared vertical sobre la esfera $\mathbf{N_A}$, la fuerza que ejerce la superficie inclinada de la cazoleta $\mathbf{N_B}$ y el peso **W** de la esfera



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\uparrow \sum F_z = ma_z$$

$$N_B \cos 30° - mg = m(0)$$

$$N_B = mg / \cos 30° \qquad (1)$$

$$\rightarrow \sum F_n = ma_n$$

$$N_A - N_B sen30° = m\omega^2 R \quad (2)$$

Remplazando la ecuación (1) en (2) resulta

$$N_A - m\ g\ tg30° = m\omega^2 R$$

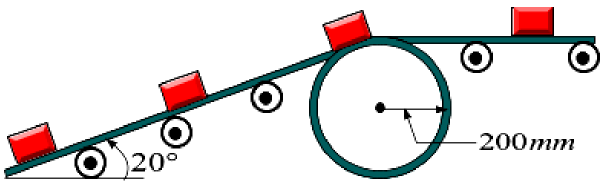
$$N_A = m(\omega^2 R + g\ tg30°)$$

$$N_A = 3,6[(2\pi)^2(0,254) + 9,81(tg30°)]$$

$$N_A = 56,48\ N \quad \text{Rta}$$

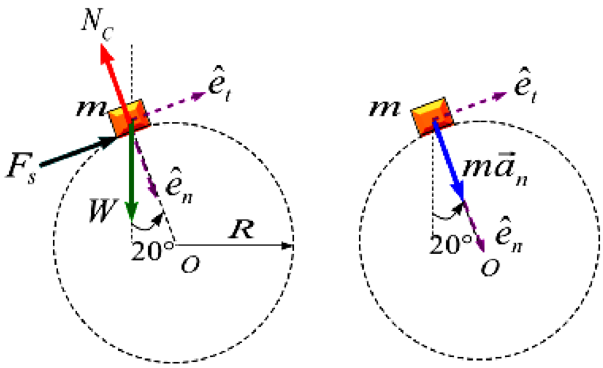
Problema 34

El transportador de banda que se mueve a celeridad constante *v*, pasa por una polea guía, como se muestra en la figura. Sobre el transportador se coloca una serie de pequeños paquetes para ser transportados. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre los paquetes y la banda es *0,75*. Determine el valor máximo de *v* con la finalidad que los paquetes no deslicen sobre la banda transportadora



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético de uno de los paquetes para una posición θ = 20° con la vertical. Las fuerzas que actúan sobre el bloque son la reacción normal $\mathbf{N_C}$, la fuerza de fricción estática $\mathbf{F_s}$ dirigida hacia arriba y a la derecha que evita que los paquetes deslicen sobre la banda y el peso **W** del bloque



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\nearrow \sum F_t = ma_t$$

$$F_s - mgsen20° = m(0)$$

$$\mu_s N_C = mgsen20°$$

$$N_C = \frac{mgsen20°}{\mu_s} \qquad (1)$$

$$\rightarrow \sum F_n = ma_n$$

$$mg\cos 20° - N_C = mv^2 / R \qquad (2)$$

Remplazando la ecuación (1) en (2) se tiene

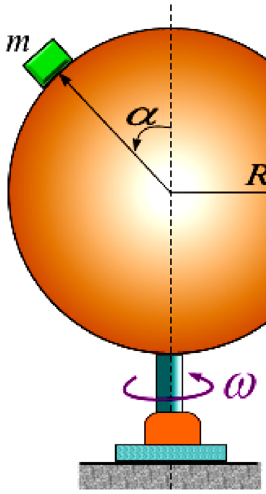
$$mg\cos 20° - \frac{mgtg30°}{\mu_s} = \frac{mv^2}{R}$$

$$9,81\left(\cos 20° - \frac{tg30°}{0,75}\right) = \frac{v^2}{0,2}$$

$$v = 0,97 \;\; m/s \qquad \text{Rta}$$

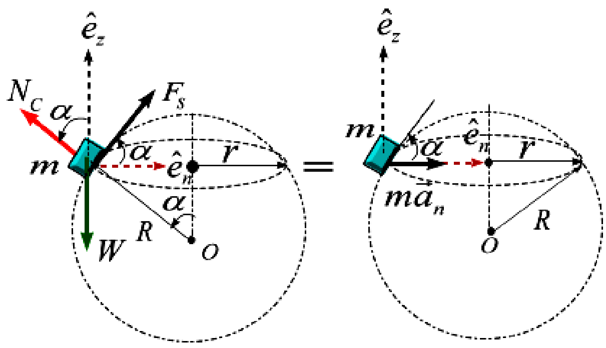
Problema 34

En una superficie esférica de radio R se encuentra un cuerpo B de masa *m*. El coeficiente de fricción entre B y la superficie de la esfera es μ_s y el ángulo entre la vertical y el radio vector del cuerpo es α. ¿Cuál será la velocidad angular máxima de rotación de la esfera, para el cual el cuerpo B no se mueve con respecto a la esfera?. $\mu_s > tg\alpha$.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del cuerpo B para una α con la vertical. Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son la reacción normal $\mathbf{N_C}$, la fuerza de fricción estática $\mathbf{F_s}$ dirigida hacia arriba y a la derecha que evita que el cuerpo B deslice sobre la superficie esférica y el peso **W** del cuerpo B. debe observarse que B describe una trayectoria circular en un plano horizontal



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\uparrow \sum F_z = ma_z$$
$$F_s sen\alpha + N_C \cos\alpha - mg = m(0)$$
$$\mu_s N_C \mathrm{sen}\alpha + N_C \cos\alpha = mg \qquad (1)$$

$$\rightarrow \sum F_n = ma_n$$
$$F_s \cos\alpha - N_C sen\alpha = m\omega^2 r$$
$$\mu_s N_C \cos\alpha - N_C sen\alpha = m\omega^2 r \qquad (2)$$

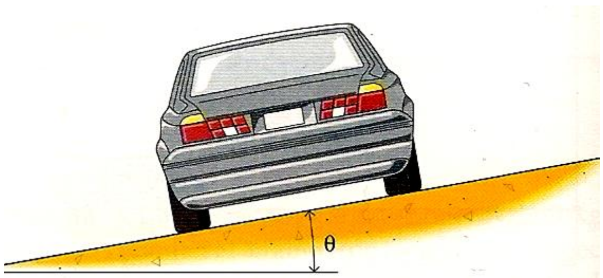
Dividiendo las ecuaciones (2) y (1) se tiene

$$\frac{\mu_s \cos\alpha - sen\alpha}{\mu_s sen\alpha + \cos\alpha} = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{\omega^2 (Rsen\alpha)}{g}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g(\mu_s ctg\alpha - 1)}{R(\mu_s sen\alpha + \cos\alpha)}} \qquad \text{Rta}$$

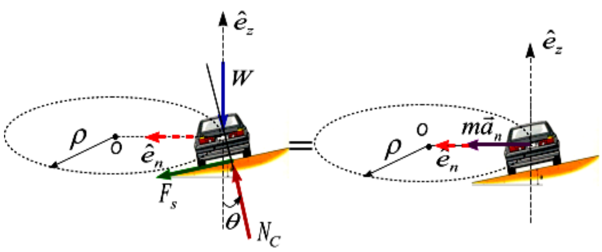
Problema 35

El carro de carreras que tiene una masa de *1700 kg* está viajando horizontalmente a lo largo de una pista circular con un ángulo de peralte de θ = *20°* y que tiene una radio de curvatura ρ = *100 m*. si el coeficiente de fricción entre las llantas y el pavimento es μ = *0,20*. Determine la rapidez máxima a la cual puede viajar el carro sin deslizarse hacia arriba de la pendiente



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del carro. Las fuerzas que actúan sobre el carro son la reacción normal $\mathbf{N_C}$, la fuerza de fricción estática $\mathbf{F_s}$ dirigida hacia abajo y a la izquierda que evita que el carro deslice sobre la carretera y el peso **W** del carro



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\uparrow \sum F_z = ma_z$$
$$-F_s sen20° + N_C \cos 20° - mg = m(0)$$
$$N_C \cos 20° - \mu_s N_C \mathrm{sen}20° = mg \qquad (1)$$

$$\rightarrow \sum F_n = ma_n$$
$$N_C sen20° + F_s \cos 20° = mv^2/\rho$$
$$N_C sen20° + \mu_s N_C \cos 20° = mv^2/\rho \qquad (2)$$

Dividiendo las ecuaciones (2) y (1) se tiene

$$\frac{\cos 20° + \mu_s sen20°}{\cos 20° - \mu_s sen20°} = \frac{v^2}{\rho g}$$

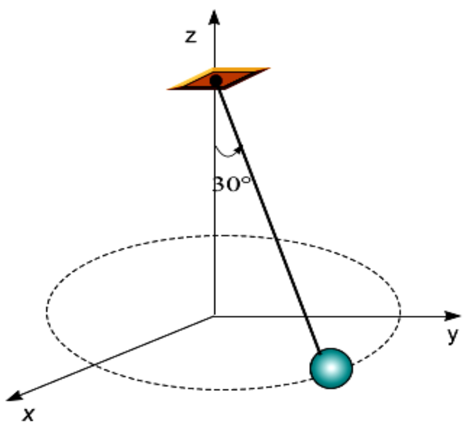
$$v = \sqrt{\frac{\rho g(\cos 20° + \mu_s sen20°)}{\cos 20° - \mu_s sen20°}}$$

$$v = \sqrt{\frac{100(9,81)(\cos 20° + 0,2sen20°)}{\cos 20° - 0,2sen20°}}$$

$$v = 24,41 \ m/s \qquad \text{Rta}$$

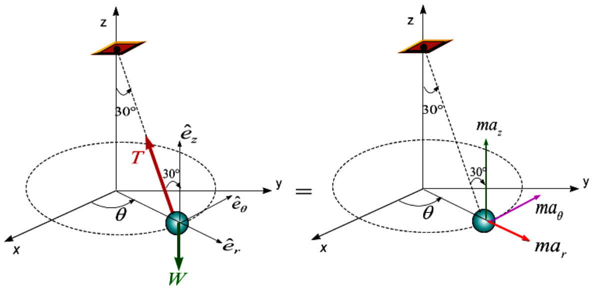
Problema 36

Un péndulo cónico consiste en una esfera que tiene *6 kg* de masa sostenida por un hilo de *1,5 m* de longitud que gira en torno a un eje vertical con una velocidad angular constante ω tal que mantenga el hilo formando un ángulo de *30°* con la vertical como se indica. Determine: (a) la tensión en el hilo (b) la celeridad lineal de la esfera.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del carro. Las fuerzas que actúan sobre el carro son la tensión en el cable T**,** y el peso **W** de la esfera



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\searrow \sum F_r = ma_r = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$$

$$-Tsen\theta = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \qquad (1)$$

$$\nearrow \sum F_\theta = ma_\theta = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})$$

$$0 = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \qquad (2)$$

$$\uparrow \sum F_z = ma_z$$

$$T\cos\theta - W = m(0) \quad (3)$$

Cinemática

De la gráfica se observa que la esfera describe una circunferencia de radio r constante

$$r = Lsen\theta = 1,5sen30°$$

$$r = 0,75m$$

$$\dot{r} = 0$$

$$\ddot{r} = 0$$

Del enunciado se tiene que la esfera describe un movimiento circular uniforma

$$\omega = \dot{\theta} = cons\tan te$$

$$\ddot{\theta} = 0$$

De igual forma por ser la trayectoria una circunferencia de radio constante, no existe aceleración vertical

$$a_z = 0$$

Remplazando las cantidades obtenidas en las ecuaciones (1), (2) y (3), resulta

$$T\cos\theta = mg$$

$$T\cos 30° = 6(9,81)$$

$$T = 67,97 \ N \qquad (4)$$

$$-Tsen30° = 6(0 - 0,9\dot{\theta}^2)$$

$$-0,5T = -5,4\dot{\theta}^2$$

$$T = 10,8\dot{\theta}^2 \qquad (5)$$

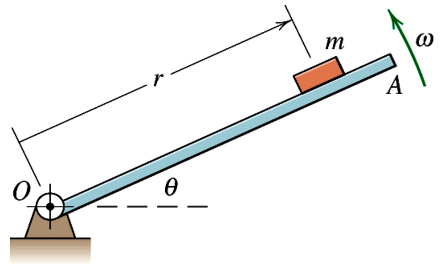
Remplazando la ecuación (4) en (5) resulta

$$67,97N = 10,8\dot{\theta}^2$$

$$\dot{\theta} = 2,5 \ rad/s$$

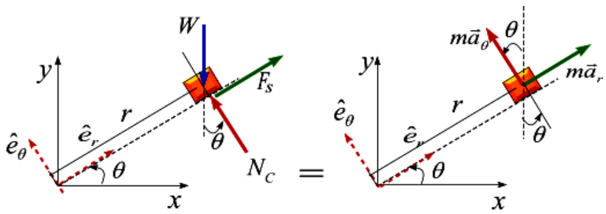
Problema 37

El miembro OA rota alrededor de un eje horizontal que pasa por O animado de una velocidad angular constante antihoraria ω = *3 rad/s*. Cuando pasa por la posición θ = 0, se le coloca un pequeño bloque de masa *m* a una distancia radial *r = 450 mm* . Si se observa que el bloque resbala para θ = *50°*. Determine el coeficiente de rozamiento estático μ_s entre el bloque y el brazo OA.



Solución

En la figura se muestra el DCL y cinético del carro. Las fuerzas que actúan sobre el carro son la reacción normal $\mathbf{N_C}$**,** la fuerza de fricción estática $\mathbf{F_s}$ dirigida hacia arriba y a la derecha que evita que el bloque deslice sobre la palanca y el peso **W** del bloque



Aplicando las ecuaciones de movimiento según el sistema de referencia mostrado, se tiene:

$$\nearrow \sum F_r = ma_r = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$$

$$F_s - mgsen50° = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$$

$$\mu_s N_C - mgsen50° = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \qquad (1)$$

$$\nwarrow \sum F_\theta = ma_\theta = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})$$

$$N_C - mg\cos 50° = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \qquad (2)$$

Cinemática

$$\left| \begin{array}{l} r = 0,45 \ m \\ \dot{r} = 0 \\ \ddot{r} = 0 \end{array} \right| \qquad \left| \begin{array}{l} \theta = 50° \\ \omega = \dot{\theta} = 3rad/s \\ \ddot{\theta} = 0 \end{array} \right|$$

Remplazando estos valores en las ecuaciones (1) y (2) se tiene

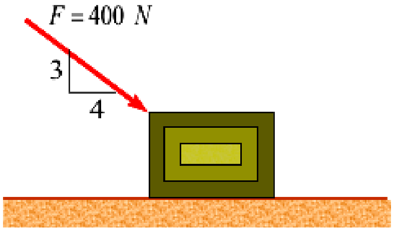
$$\mu_s N_C - m\ g\ sen 50° = m(0 - 0,45(3^2)) = -4,05\ m$$
$$N_C - m\ g \cos 50° = m[0,45(0) + 2r(0)(3)]$$
$$N_C = m\ g \cos 50°$$

De donde se obtiene que

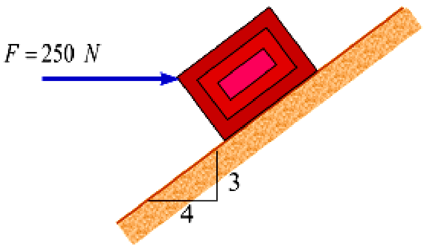
$$\mu_s [m\ g \cos 50°] - m\ g\ sen 50° = -4,05\ m$$
$$\mu_s = 0,55 \quad \text{Rta}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS.

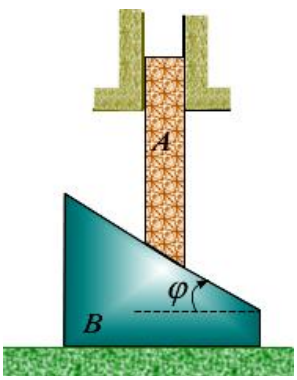
1. El bloque de 50 kg mostrado en la figura descansa sobre plano horizontal para el cual el coeficiente de rozamiento es μ_k = 0,30. Si el bloque está sujeto a la acción de una fuerza remolcadora de 400 N como se indica. Determine: (a) la aceleración del bloque, (b) la velocidad del bloque a los 5 segundos después de haber partido del reposo.



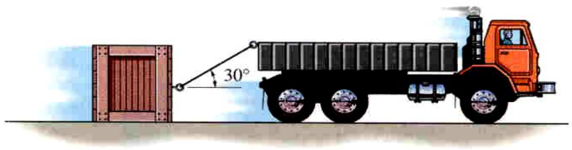
2. La masa de la caja mostrada en la figura *es 50 kg* y el coeficiente de rozamiento entre la caja y el plano inclinado es *0,50*. Determine la aceleración de la caja sometida a la acción de la fuerza horizontal de *P = 250 N*. Cuando su velocidad es: (a) *2,5 m/s* hacia arriba en la dirección del plano inclinado y (b) *5 m/s* hacia abajo en la dirección del plano inclinado.



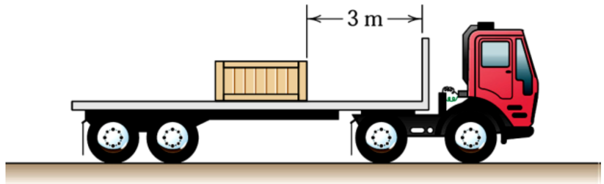
3. Una barra A puede moverse sin fricción tanto hacia arriba como hacia abajo entre dos casquillos fijos. El extremo inferior de la barra se encuentra en contacto con la superficie inclinada de un prisma B. Si la relación entre sus masas es igual a η y considerando despreciable el rozamiento en las superficies en contacto. Determine la aceleración: (a) de la barra y (b) de la cuña



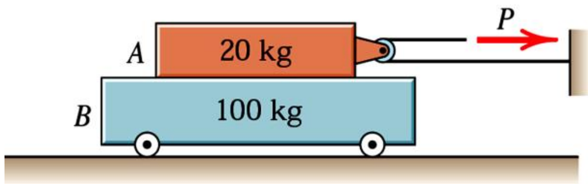
4. El conductor de un camión trata de remolcar una caja utilizando una cuerda que posee una fuerza de 900 N. Si la caja se encuentra inicialmente en reposo y tiene una masa de 250 kg. Determine la mayor aceleración que puede experimentar si los coeficientes de fricción son μ_s = 0,40 y μ_k = 0,30



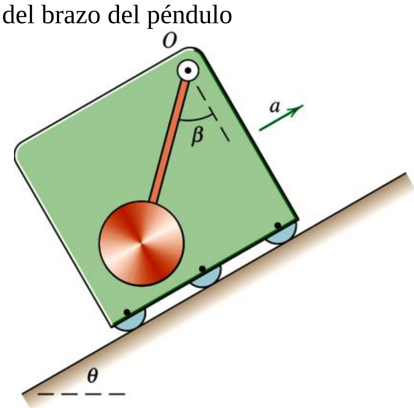
5. El coeficiente de fricción estática entre la caja y la plataforma del camión es μ_s = *0,35*. Determine la distancia mínima de frenado que puede recorrer el camión, partiendo de una celeridad de *76 km/h* y siendo constante la aceleración del frenado, sin que la caja deslice hacia adelante.



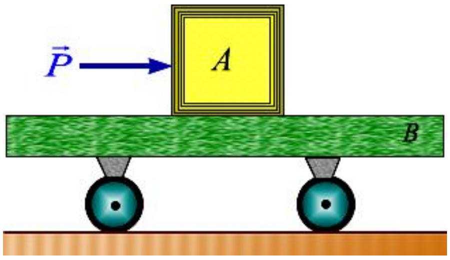
6. Una caja A de *20 kg* descansa sobre un carro B de *100 kg* como se muestra en la figura. Si los coeficientes de rozamiento estático y cinético entre la caja y el carro son prácticamente iguales a *0,75*. Determine la aceleración de cada parte cuando la magnitud de la fuerza $\vec{P}$ es: (a) 150 N y (b) 75 N



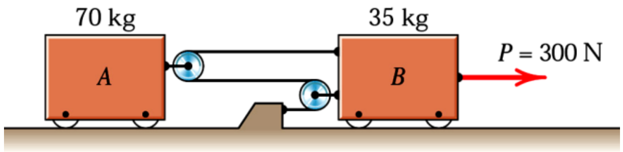
7. El punto O es el eje de giro de un péndulo simple que oscila libremente en el plano vertical de la placa. Si esta recibe una aceleración constante *a* = *2,5 m/s²* dirigida plano inclinado θ = 30° hacia arriba, escribir la expresión del ángulo constante β que adopta el péndulo tras el cese de las oscilaciones que siguen el arranque. Deprecie la masa del brazo del péndulo



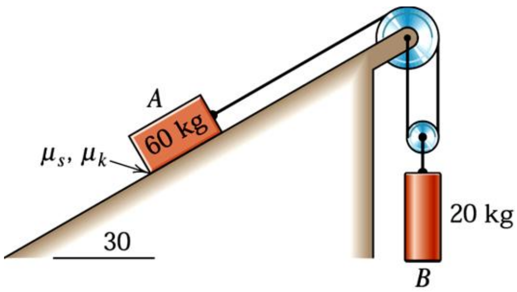
8. El coeficiente de fricción estático entre la caja de 45 kg y el carro de 136 kg es μ_s = 0,25. Determine la máxima fuerza P que se puede aplicar a la caja sin que hacer que resbale en el carro



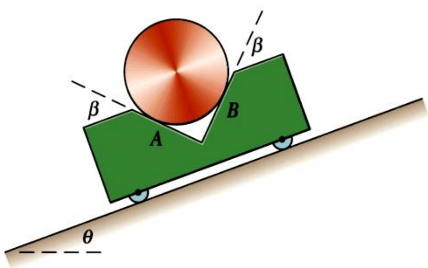
9. Determine las aceleraciones de los cuerpos A y B y la tensión en el cable debido a la aplicación de la fuerza $P = 250\ N$. Desprecie la fricción y las masas de las poleas



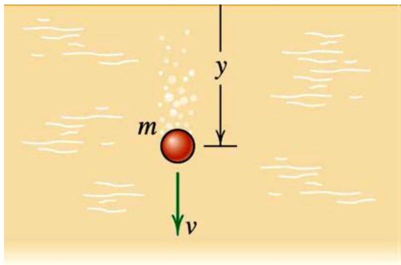
10. Los bloques A y B se encuentran conectados por un cable de masa despreciable que pasa a través de la polea in fricción y también de masa despreciable como se muestra en la figura. Si los coeficientes de fricción entre el bloque A y el plano inclinado 30° con la horizontal son $\mu_s = 0{,}20$ y $\mu_k = 0{,}10$. Determine: (a) la aceleración de cada uno de los bloques y (b) la tensión en el cable.



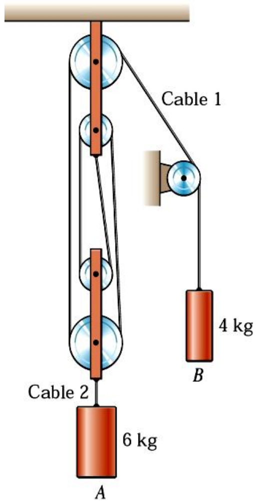
11. Un cilindro de masa *m* descansa sobre un carrito base tal como se muestra en la figura. Si $\beta = 45°$ y $\theta = 30°$. Determine la aceleración pendiente arriba máxima *a* que puede comunicarse al carrito sin que el cilindro pierda contacto en B.



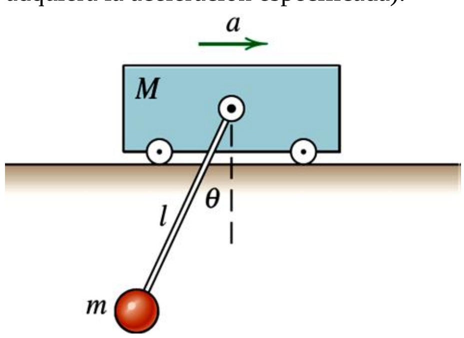
12. En un ensayo de resistencia al movimiento en un baño de aceite, una esferita de masa *m* es soltada desde el reposo en la superficie del fluido ($y = 0$). Si la fuerza de fricción es proporcional a la velocidad instantánea ($F_v = kv$) donde k es una constante positiva, derive una expresión para la profundidad *h* necesaria para que la esfera alcance una velocidad *v*.



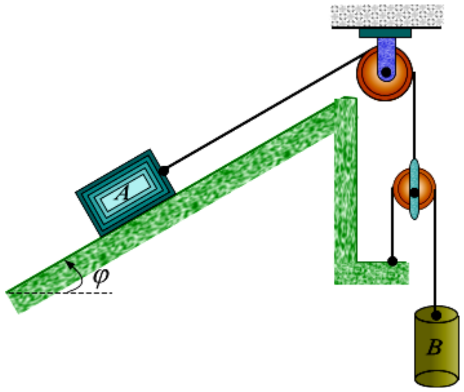
13. Si los bloques A y B mostrados en la figura se sueltan desde el reposo. Determine: (a) las aceleraciones de A y B, (b) la tensión en el cable que sostiene a B y (c) la velocidad que alcanza A dos segundos después de iniciado el movimiento.



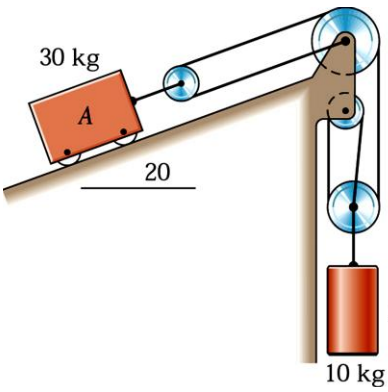
14. Una barra de longitud *l* y masa despreciable conecta el centro de masa del carro *M* y la pequeña esferita de masa *m*. Si el carro se encuentra sometido a una aceleración constante hacia la derecha. ¿Qué ángulo θ con la vertical forma la barra libremente oscilante cuando ésta alcanza la posición estacionaria?. ¿Qué fuerza neta P (no representada) se aplicaría al carro para qué éste adquiera la aceleración especificada).



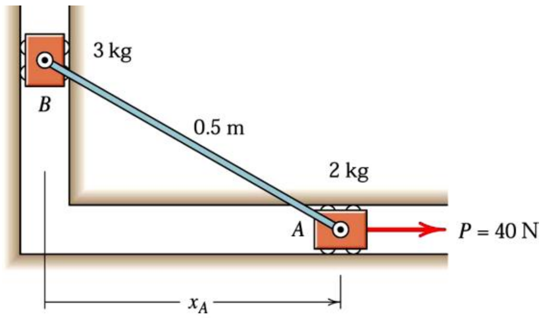
15. En el sistema mostrado en la figura. Determine la aceleración del cilindro B, si su masa es η veces mayor que la del bloque A. Considere que el coeficiente de rozamiento entre la superficie inclinada y el bloque A es μ_k y las masas de la cuerdas y poleas son despreciables.



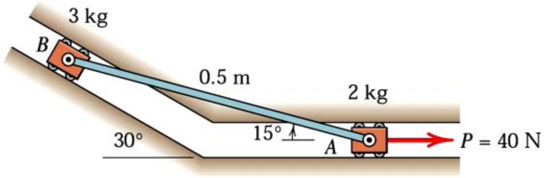
16. El sistema se abandona desde el reposo. Despreciando la fricción, determine: (a) la aceleración del carrito A, (b) la aceleración del cilindro B, (c) la tensión en el cable que une a las poleas y (c) la velocidad del cilindro B después de 2 s de iniciado el movimiento.



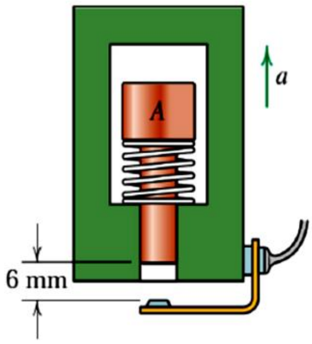
17. Las deslizaderas A y B están conectadas por una barra ligera de o,5 m de longitud y se mueven con rozamiento despreciable por las guías horizontales. La deslizadera A tiene una velocidad de *0,9 m/s* hacia la derecha cuando su posición $x_A = 0{,}4\ m$. Determine: (a) la aceleración de cada una de las deslizaderas y (b) la fuerza que experimenta la barra en ese instante



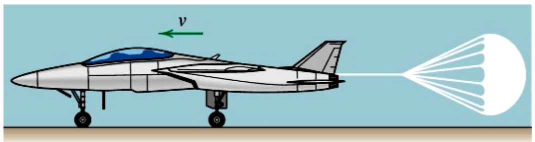
18. Las correderas A y B están conectadas por una barra rígida ligera y se mueven con fricción despreciable en las ranuras, las mismas que se encuentran fijas en un plano horizontal. Para la posición mostrada, la velocidad de A es *0,4 m/s* hacia la derecha. Determine la aceleración de cada una de las correderas y la fuerza en la barra en ese instante

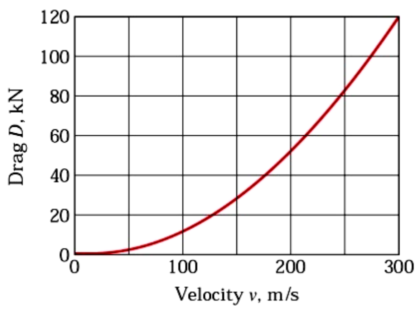


19. El mecanismo de la figura es un acelerómetro y se compone de un émbolo A de 100 kg de masa que deforma al resorte cuando la carcasa recibe una aceleración ascendente *a*. Determine la constante recuperadora k que debe tener el resorte para que el émbolo lo acorte 6 mm desde la posición de equilibrio y toque el contacto eléctrico cuando la aceleración que aumenta lenta y constantemente alcance el valor de *5g*. Desprecie la fricción

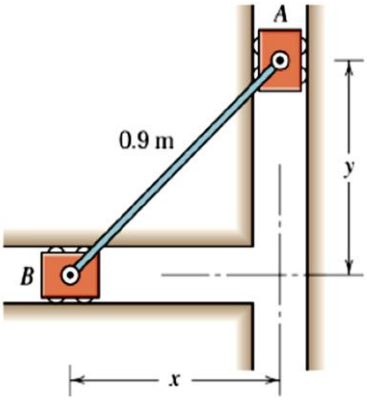


20. La rapidez de contacto del avión de *5 Mg* es de *250 km/h*, instante en que se abre el paracaídas de frenado y se apagan los motores. Si la resistencia total sobre el avión varía como se muestra en el gráfico. Determine la distancia *s* que recorre el avión hasta que la velocidad se reduce a *120 km/h*. La variación de la resistencia puede aproximarse como $R = kv^2$, donde *k* es una constante

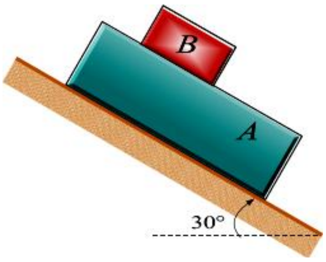




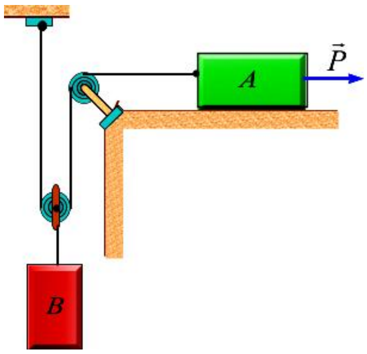
21. Las correderas A y B de igual masa, mostradas en la figura se encuentran conectadas mediante una barra rígida ligera y se mueven sin fricción en las ranuras que se encuentran en un plano vertical. Si el sistema se libera desde el reposo cuando *x = y*. Determine: (a) la aceleración inicial de la corredera A y (b) la velocidad de A cuando *y = 0*.



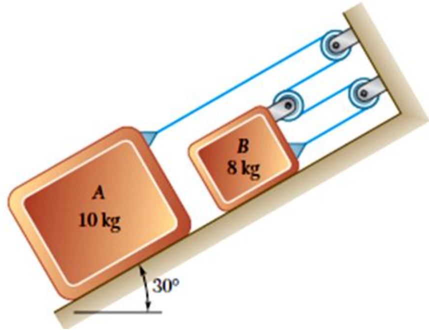
22. Los coeficientes de fricción entre el bloque B y el bloque A son μ_s = *0,12* y μ_k = *0,10* y entre el bloque A y el plano inclinado son μ_s = *0,24* y μ_k = *0,20*. El bloque A tiene una masa de *10 kg* y el bloque B de *5 kg*. Si el sistema parte del reposo en la posición indicada. Determine: (a) la aceleración de A, (b) la velocidad de B respecto de A en el instante *t = 0,5 s*.



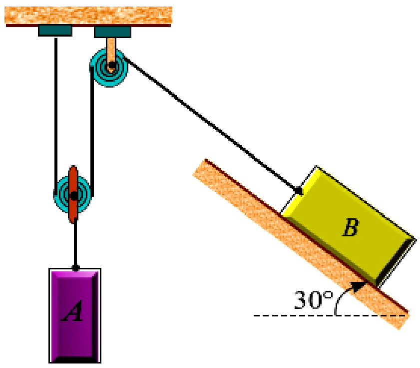
23. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el bloque A y la superficie horizontal es μ_k = *0,2.* Determine la magnitud de la fuerza $\vec{P}$ que haría que el bloque A acelere hacia la derecha a *5 m/s²*. Desprecie la masa de las poleas y de los cables.



24. Los dos bloques mostrados en la figura se encuentran en reposo al principio. Si se ignoran las masas de las poleas y el efecto de fricción en éstas, y suponiendo que los componentes de fricción entre ambos bloque y la pendiente son μ_s = *0,25* y μ_k = *0,20*. determine: (a) la aceleración de cada bloque, (b) la tensión en el cable

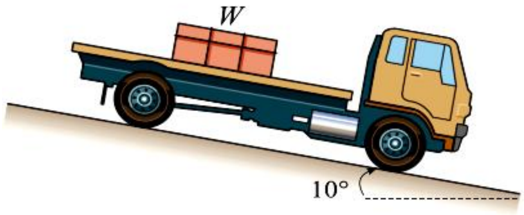


25. En la figura se muestra dos bloques A y B de *25 kg* y *22 kg* de masa, respectivamente. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el bloque B y la superficie inclinada es μ_k = *0,20* y el sistema se libera desde el reposo. Durante el movimiento de los cuerpos determine: (a) Las aceleraciones de los bloques A y B, (b) la tensión en el cable que une a los bloques y (c) la distancia recorrida durante los primeros 6 segundos de movimiento.

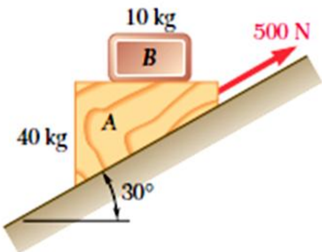


26. Para bajar del camión una pila de madera comprimida, el conductor inclina primero la cama del vehículo y después acelera desde el reposo. Si los coeficientes de fricción entre la pila de madera comprimida del fondo y la cama son μ_s = *0,40* y μ_k = *0,30*. Determine: (a) la aceleración mínima del camión que provocará deslizamiento de la pila de madera, (b) la aceleración del camión necesaria para que la esquina A de la pila de madera llegue al extremo de la cama en 0,4 s.

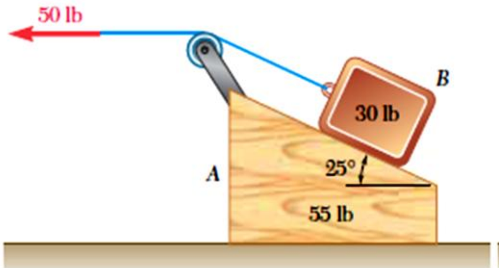
27. Un camión está bajando por un plano inclinado *10°*. El conductor frena de repente para evitar una colisión y el camión desacelera a un ritmo de *1 m/s²*. Si el coeficiente de rozamiento estático entre la carga *W = 4,5 kN* y la plataforma del camión es μ_s = *0,30*, ¿deslizará la caja o permanecerá estacionaria respecto al camión?.



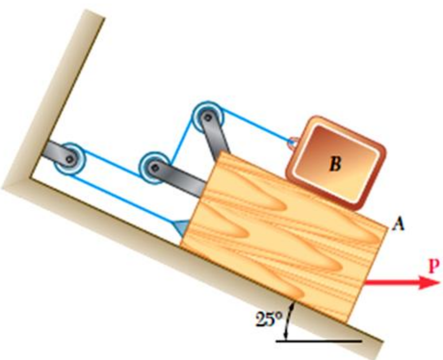
28. El bloque B de *10 kg* está sostenido por el bloque A de *40 kg* el cual se jala hacia arriba sobre el plano inclinado mediante una fuerza constante de *500 N*, si se ignora la fricción entre el bloque y la pendiente y el bloque B no resbala sobre el bloque A. Determine el valor mínimo permisible del coeficiente d fricción estática entre bloques.



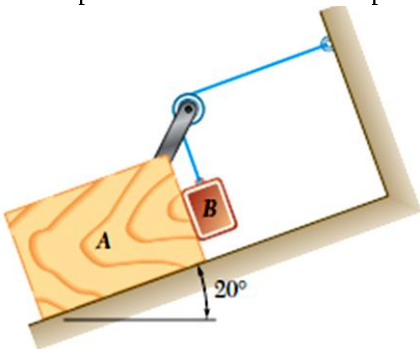
29. El bloque B de *30 lb* está sostenido mediante un bloque A de *55 lb* y unido a una cuerda a la cual se aplica una fuerza horizontal de *50 lb*, como se muestra en la figura. Sin tomar en cuenta la fricción, determine: (a) la aceleración del bloque A y (b) la aceleración del bloque B relativa a A.



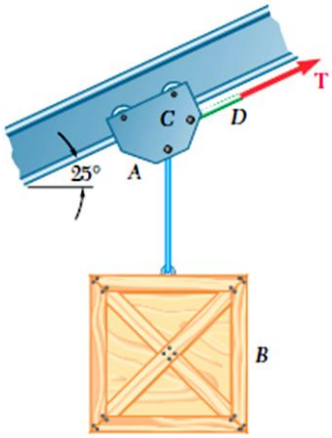
30. El bloque A pesa 80 lb y el bloque B 16 lb. Los coeficientes de fricción entre todas las superficies de contacto son μ_s = *0,20* y μ_k = *0,15*. Si la fuerza horizontal **P** = *10 lb*. Determine: (a) la aceleración del bloque B y (b) la tensión en el cale



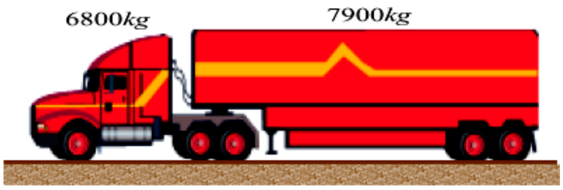
31. Un bloque A de *25 kg* descansa sobre una superficie inclinada y un contrapeso B de *15 kg* se une al cable en la forma indicada. Si se ignora la fricción. Determine la aceleración de A y la tensión en el cable inmediatamente después de que el sistema empieza a moverse desde el reposo



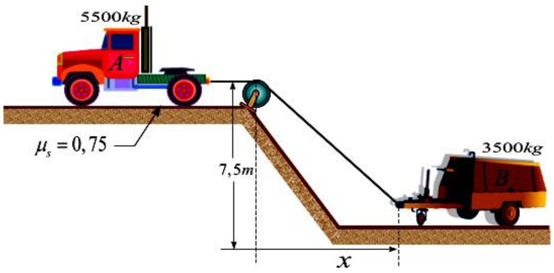
32. Una caja B de *250 kg* está suspendida de un cable unido a una carretilla de *20 kg* montada sobre una viga I inclinada en la forma que se muestra. Si en el instante indicado la carretilla tiene una aceleración *de 0,4 m/s*^{2} hacia arriba y a la derecha, determine: (a) la aceleración de B relativa a A y (b) la tensión en el cable CD.



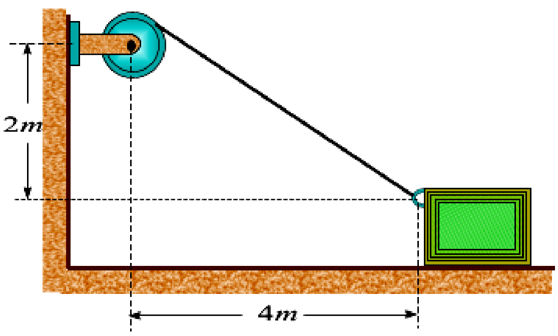
33. Un tractocamión viaja a *90 km/h* cuando el conductor aplica los frenos. Si la fuerza de frenado del tractor y el remolque son, *16 kN* y *60 kN*, respectivamente. Determine: (a) la distancia recorrida por el tractocamión antes de detenerse, (b) la componente horizontal de la fuerza presente en el enganche entre el tractor y el remolque mientras estos van frenando



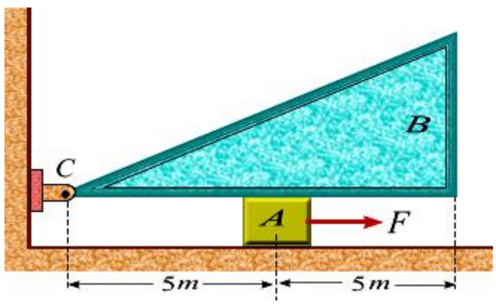
34. El camión A de *5500 kg* está a punto de remolcar el vehículo B de *3500 kg* que inicialmente está en reposo. El camión está equipado con tracción en las cuatro ruedas y el coeficiente de fricción entre los neumáticos y la pista es μ_s = *0,75*. Si la resistencia del remolque al rodamiento es despreciable. Determine la máxima aceleración inicial del camión cuando *x = 10 m*



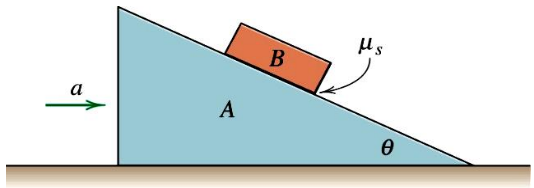
35. La caja mostrada en la figura es jalada a lo largo del piso por un malacate que arrolla el cable a razón constante de *0,2 m/s*. La masa de la caja es de *150 kg* y el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el piso es μ_k = *0,25*. (a) en el instante mostrado, ¿Cuál es la tensión en el cable? y (b) obtenga una solución "cuasiestática" para la tensión en el cable ignorando la aceleración de la caja y compárela con su resultado obtenido en la parte (a).



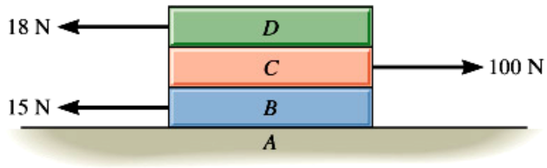
36. Se aplica una fuerza horizontal F de *4 kN* sobre un cuerpo A cuya masa es de *15 kg* como se muestra en la figura . Sabiendo que el cuerpo triangular B de espesor uniforme tiene una masa de *80 kg* y el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo A y el cuerpo B es μ_{AB} = *0,25* y entre el cuerpo A y el piso es μ_{AC} = *0,20*. Determine la velocidad del cuerpo A después que este haya recorrido *0,15 m*



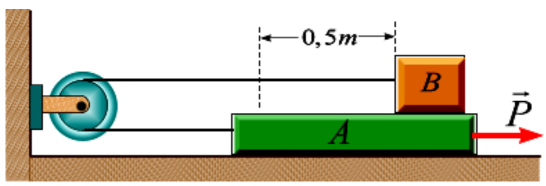
37. El bloque inclinado A esta moviéndose con una aceleración constante *a*. Determine el rango de valores de θ para los cuales el bloque B no deslizará respecto a A, no tenga en cuenta de cuán grande es la aceleración *a*



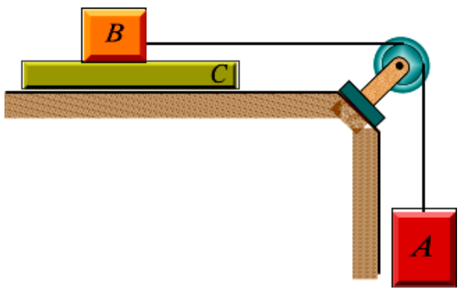
38. Cada una de las tres placas tiene una masa de *10 kg*. Si el coeficiente de fricción cinética y estática de cada superficie en contacto son μ_k = 0,30 y μ_s = 0,20, respectivamente. Determine la aceleración de cada uno de las placas cuando se aplican las tres fuerzas horizontales.



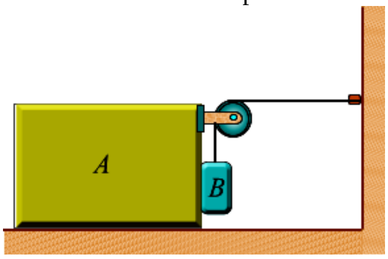
39. Sabiendo que los coeficientes de rozamiento entre todas las superficies en contacto son μ_s = *0,40* y μ_k = *0,25*. Determine: (a) La aceleración de la placa A de *10 kg*, (b) la tensión en el cable que une a los cuerpos. (c) la aceleración relativa del bloque B de *5 kg* con respecto a la placa y (c) el tiempo necesario para que B deslice *0,5 m* sobre A, si inicialmente el sistema estaba en reposo y el movimiento se debe a la fuerza **P** = *125 N*



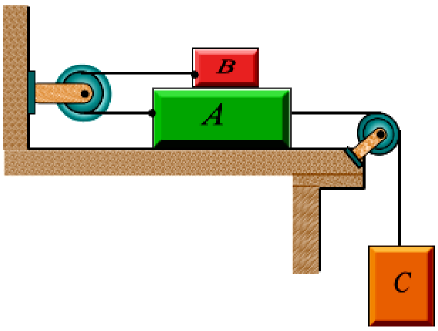
40. Tres cuerpos cada uno de masa *m* están colocados como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción entre B y C es *0,30* y entre C y el piso es *0,10*. Si el sistema se abandona desde el reposo. Determine: (a) la aceleración de cada uno de los cuerpos, (b) la tensión en el cable que une a los cuerpos A y B y (c) la distancia que se mueve el cuerpo C cuando el cuerpo B se ha movido *0,15 m* respecto al cuerpo C.



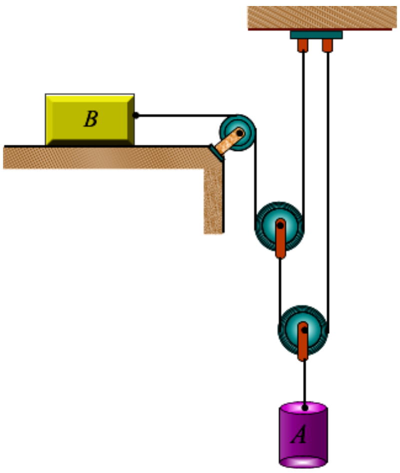
41. Un bloque A de *25 kg* descansa sobre una superficie inclinada y un contrapeso B de *15 kg* se une al cable en la forma indicada. Si se desprecia la fricción y el peo de la polea y el cable. Determine la aceleración de A y la tensión en el cable inmediatamente después de que el sistema empieza a moverse desde el reposo



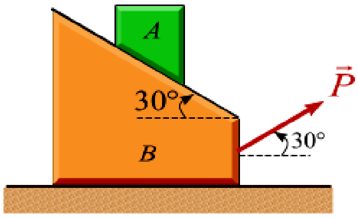
42. En la figura mostrada en coeficiente de fricción entre el bloque A y B es de 0,30 y entre A y el piso es de 0,10. Si el sistema parte del reposo y despreciando el peso de las poleas y cuerdas. Determine: (a) la aceleración de cada uno de los bloques, (b) la tensión en los cables que une los bloques, (c) la velocidad de C después de 3 segundos de iniciado el movimiento. Los bloques A, B y C son de 3kg, 2 kg y 15 kg, respectivamente



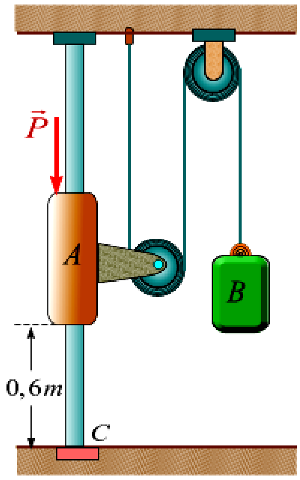
43. El sistema mostrado se librea desde el reposo. Despreciando las masas de las poleas y cuerdas y considerando que el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo B de *15 kg* y el piso es *0,15*. Determine: (a) la aceleración del cilindro A de *10 kg* de masa, (b) la distancia que recorre el cuerpo B después de *4 s* de iniciado el movimiento.



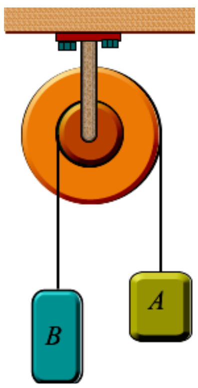
44. El cuerpo A tiene una masa de *25 kg* y la masa del cuerpo B es de *75 kg* y los coeficientes de rozamiento entre A y B es *1/3* y entre B y el piso es *1/5*. Habrá un conjunto de valores de la fuerza $\vec{P}$ para el que no existe movimiento relativo entre el cuerpo A y el cuerpo B. ¿Cuál es el límite superior de $\vec{P}$?. ¿Cuál es la reacción de B sobre A para este límite superior de $\vec{P}$?.



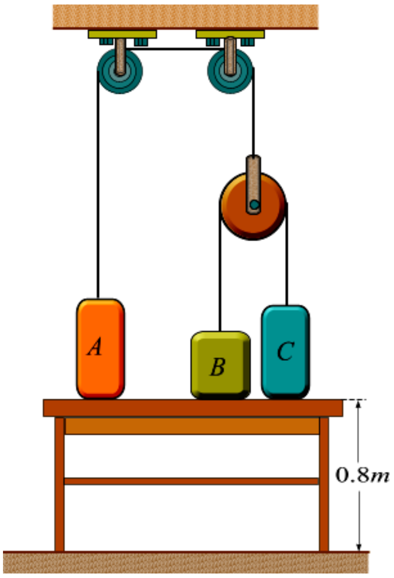
45. El sistema de la figura, compuesto de un collarín A de 18 kg y un contrapeso B de 9 kg, está en reposo cuando se aplica una fuerza constante P = 450 N al collarín A. Determine: (a) la aceleración del collarín A y del contrapeso B, (b) La tensión en el cable , (c) la velocidad del collarín A justo antes de chocar el piso en C



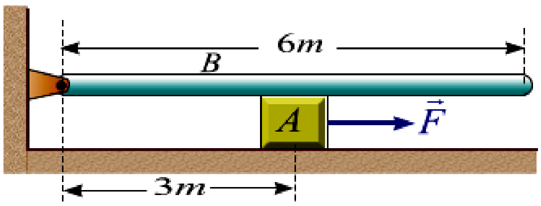
46. El bloque A de 25 kg de masa y el bloque B de 40 kg de masa están conectados mediante cables flexibles a poleas que tienen diámetros de 300 mm y 150 mm, respectivamente. Las dos poleas se encuentran rígidamente unidas una a la otra y sus pesos son depreciables, sí como la fricción. Si el sistema se libera desde el reposo. Determine: (a) las aceleraciones de cada uno de los bloques, (b) las tensiones en los cables que conectan a los bloques.



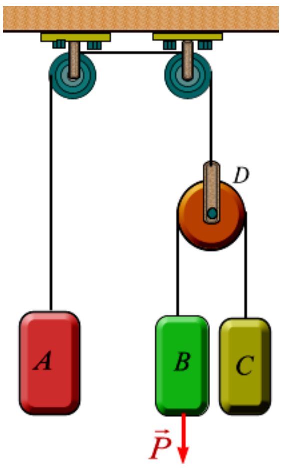
47. En la figura mostrada, las masas de los bloques A, B y C son 50 kg, 20 kg y 30 kg, respectivamente. Calcule las aceleraciones de cada uno de los bloque si de repente se quita la mesa. ¿Cuál bloque llegará primero al piso?. ¿Cuánto tardará?.



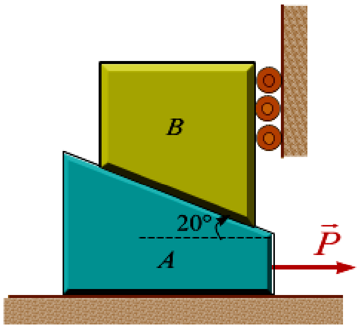
48. Una barra B de *500 kg* descansa sobre un bloque A de *50 kg* de masa. Una fuerza F de *10 kN* se aplica de repente sobre el bloque A en la posición mostrada. Si el coeficiente de rozamiento cinético para todas las superficies en contacto es $\mu_k = 0{,}40$. Determine la velocidad de A cuando este se haya movido 3 m hacia el extremo de la barra.



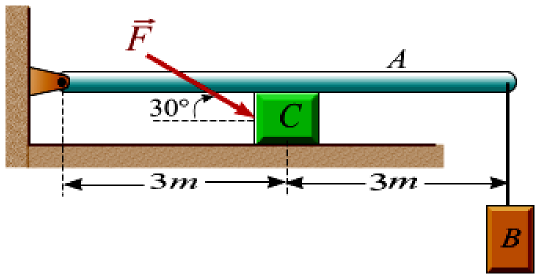
49. El boque A pesa 90 N y los bloques B y C pesan 45 N cada uno. Sabiendo que inicialmente están reposo y que B se desplaza 2,4 m en 2 s. Determine: (a) la magnitud de la fuerza $\vec{P}$, (b) la tensión en la cuerda AD. Desprecie las masas de las poleas y el rozamiento en los ejes.



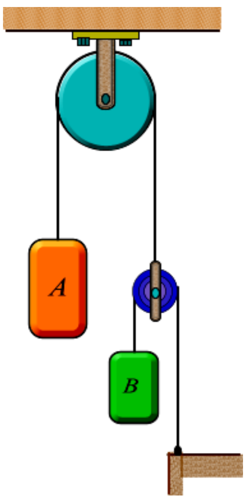
50. El cuerpo B de 50 kg de masa descansa sobre el cuerpo A de 30 kg de masa. El coeficiente de rozamiento cinético entre las superficies de contacto es $\mu_k = 0{,}40$. En la pared vertical hay unos rodillos que permiten despreciar el rozamiento. Determine la aceleración del cuerpo A cuando se aplique una fuerza **P** = *5 kN*



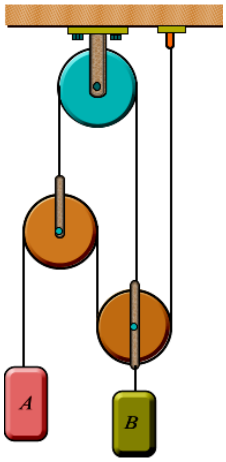
51. Se ejerce una fuerza **F** = *2 kN* sobre un cuerpo C de *50 kg* que inicialmente está en reposo en la posición mostrada en la figura. Si para todas las superficies en contacto el coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_k = 0{,}20$. Determine la velocidad del cuerpo C después de recorrer *1 m*. La masas de la barra y el bloque B son *100 kg* y *80 kg*, respectivamente.



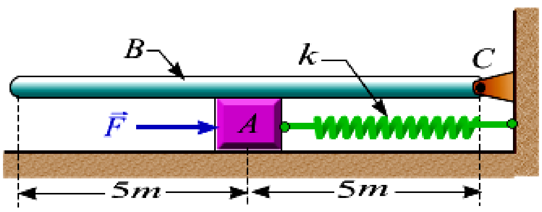
52. Despreciando el rozamiento, la inercia y el peso de las dos poleas. Determine: (a) la aceleración de los bloques A y B, (b) las tensiones en cada uno de los cables y (c) la velocidad relativa de B con respecto a A. Suponga que las masas están relacionadas por $m_B = \eta\, m_B$, donde η es una constante positiva



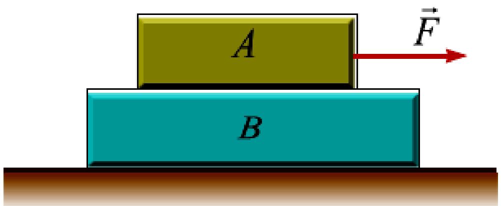
53. Despreciando el rozamiento, la inercia y el peso de las tres poleas. Determine: (a) la aceleración de los bloques A y B, (b) las tensiones en cada uno de los cables y (c) la aceleración relativa de B con respecto a A. Suponga que las masas están relacionadas por $m_B = \eta\, m_B$, donde η es una constante positiva



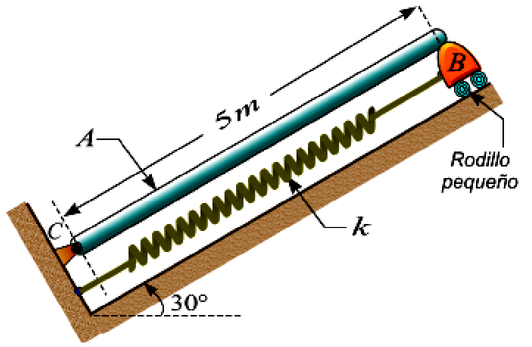
54. Se aplica una fuerza constante $\vec{F}$ sobre el cuerpo A de *480 N* de peso cuando éste estaba en reposo y unido a un resorte sin deformar cuya constante es *k = 5 kN/m*, como se muestra en la figura. Si el coeficiente de rozamiento entre todas las superficies en contacto es μ_k = *0,36* y el peso de la barra B es *775 N*. Determine la magnitud de la fuerza $\vec{F}$ si el cuerpo A debe alcanzar una velocidad de *2 m/s* después de recorrer *1 m*.



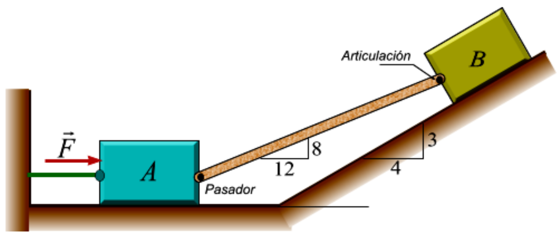
55. Un bloque A de *10 kg* de masa descansa sobre un segundo bloque B de *8 kg* de masa. La fuerza $\vec{F}$ cuyo módulo es 100 N empuja al bloque A. Si el coeficiente de rozamiento entre A y B es *0,50*, y entre el bloque B y el piso es *0,10*. Determine la velocidad del bloque A relativa al bloque B después de *0,1 s* si el sistema parte del reposo si el sistema parte del reposo.



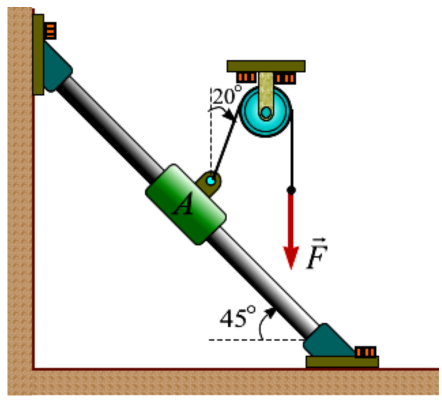
56. El cuerpo B de *20 kg* de masa inicialmente en reposo se apoya sobre unos pequeños rodillos y baja por un plano inclinado. El cuerpo B está conectado a un resorte lineal cuya constante es *k = 20 N/m*, el cual en la posición mostrada en la figura se encuentra estirado a partir de su configuración sin deformar de *2 m* hasta *5 m*. ¿Cuál será la velocidad del cuerpo B después de recorrer *1 m*?. La masa de la barra es *40 kg* y el coeficiente de rozamiento entre B y la barra es μ_k = *0,20*



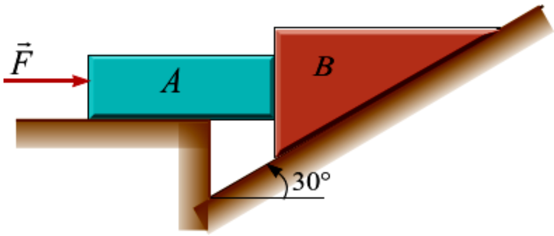
57. Los cuerpos A y B que tienen un peso de *223 N* y *133 N*, respectivamente se encuentran unidos por una barra rígida y ligera (de peso despreciable) como se muestra en la figura. Suponiendo que el coeficiente de fricción entre todas las superficies en contacto es μ_k = *0,30*. Determine las aceleraciones de cada uno de los cuerpos A y B, inmediatamente después de cortar la cuerda y aplicar la fuerza horizontal $\vec{P}$ de 445 N a A.



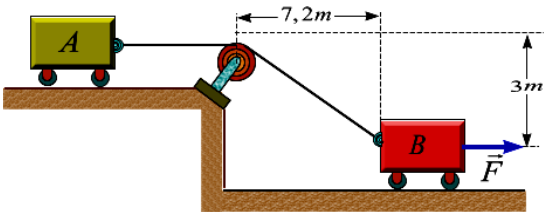
58. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el collarín A de 8 kg de masa y la barra es μ_k = *0,10*. Determine la aceleración del collarín respecto a la barra.



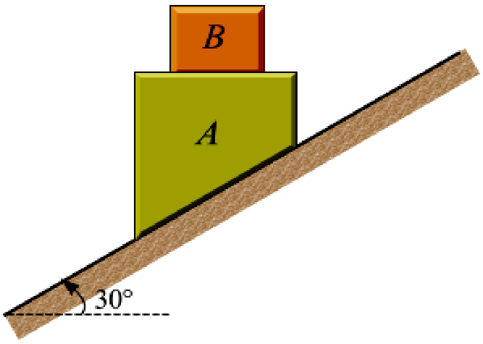
59. Dos bloques A y B de *100 kg* y *50 kg*, respectivamente se encuentran apoyados sobre dos planos, como se muestra en la figura. Determine la magnitud de la fuerza horizontal $\vec{F}$ necesaria para darle al bloque A una aceleración hacia la derecha de magnitud $1{,}96\ m/s^2$.



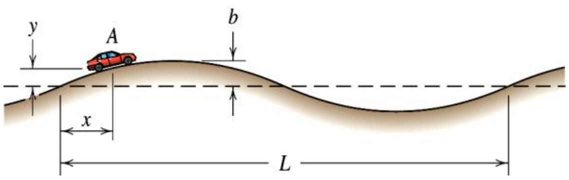
60. Los dos carritos A y B pesan *1,0 kN* y *1,5 kN*, respectivamente, y están unidos mediante un cable según se indica en la figura. Determine la aceleración de los carritos y la tensión del cable si $F = 250\ N$ y: (a) $v_B = 0\ m/s$ en el instante representado y (b) $v_B = 3\ m/s$ en el instante representado.



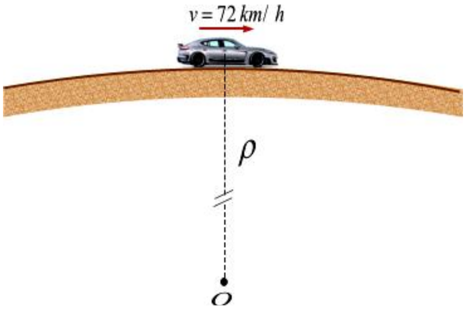
61. Un bloque B *de 5,5 kg* descansa como se muestra en la superficie superior de la cuña A de *13,5 kg*. Despreciando el rozamiento, determine inmediatamente después de que el sistema se suelta desde el reposo: (a) la aceleración de A y (b) la aceleración de B relativa a A.



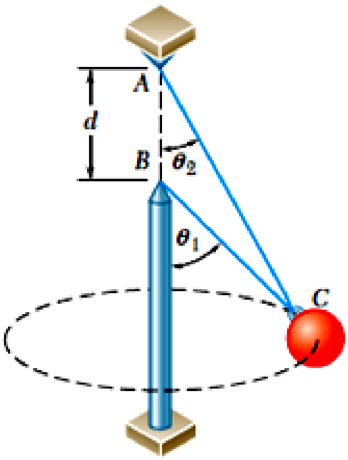
62. Un tramo de carretera comprende una sucesión de crestas y valles espaciados y cuyo contorno se supone representado por $y = b\ sen(2\pi x/L)$. ¿Qué celeridad máxima puede llevar al automóvil A de masa *m* en una cresta sin perder contacto con la calzada?. Si el vehículo conserva esa velocidad crítica. ¿Cuál es la reacción normal N_C sobre las ruedas en el fondo del valle?.



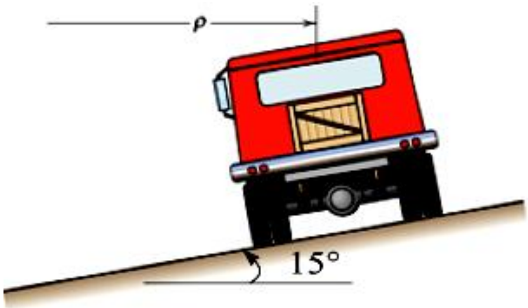
63. Un automóvil viaja por la cima de una colina con una rapidez de *72 km/h*. El coeficiente de fricción cinética entre los neumáticos y la carretera es $\mu_s = 0{,}75$ y el radio de curvatura instantáneo es de $\rho = 250\ m$. Si el conductor aplica los frenos y se traban las ruedas del vehículo. Determine la desaceleración resultante en la dirección tangente a la trayectoria



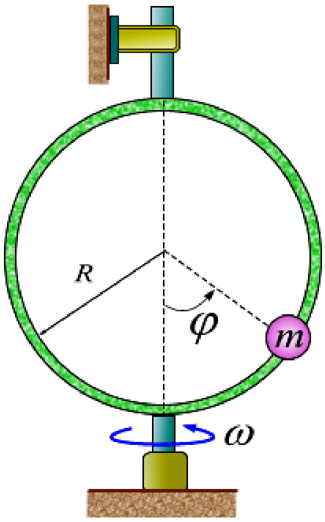
64. Dos alambres AC y BC están sujetos en C a una esfera de 7 kg que describe la circunferencia que se indica a celeridad constante *v*. Sabiendo que $\theta_1 = 50°$ y $\theta_2 = 30°$ y que $d = 1{,}4\ m$. Determine para que intervalo de valores de *v* ambos alambres están tensos.



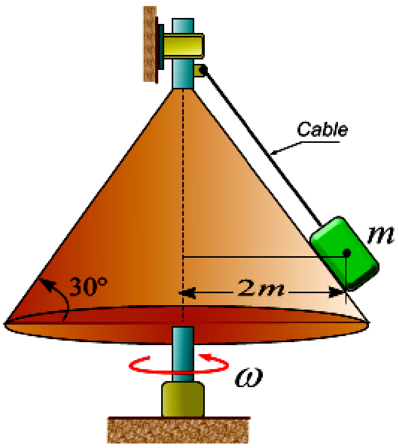
65. Un camión de plataforma abierta se desplaza a velocidad constante de *80 km/h* alrededor de una curva de *250 m* de radio de curvatura y peraltada hacia adentro con un ángulo de 15°. Determine el mínimo coeficiente de rozamiento estático entre la caja y la plataforma del camión que impida que la caja de *200 kg* de masa resbale respecto a la plataforma



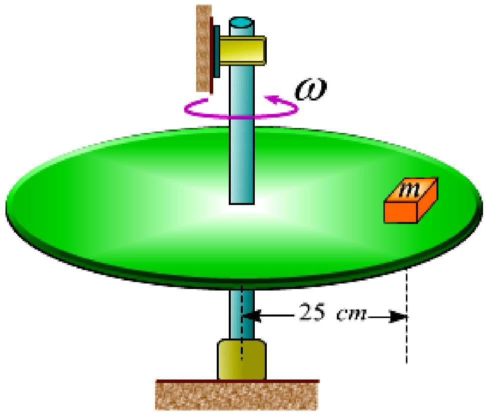
66. Una esferita de masa m = *300g* se encuentra montada en el aro mostrado en la figura y puede deslizarse libremente sin fricción sobre él cuando éste gire: Si el aro gira alrededor de un eje vertical con rapidez angular contante ω = *150 rpm*. Determine: (a) El ángulo φ correspondiente, (b) la fuerza que el aro ejerce sobre la esferita.



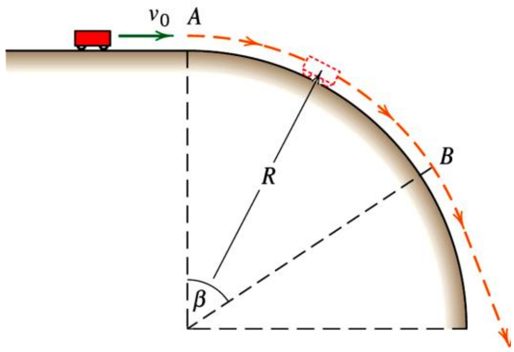
67. Un bloque de masa m = *2,5 kg* descansa sobre una superficie cónica lisa que gira alrededor de un eje vertical con velocidad angular constante, ω. El bloque se encuentra unido al eje de giro mediante un cable, como se muestra en la figura. Determine: (a) la tensión en el cable cuando el sistema gire a razón de 15 rpm, (b) la rapidez angula en revoluciones por minuto cuando la fuerza que ejerce la superficie cónica sobre el bloque sea nula.



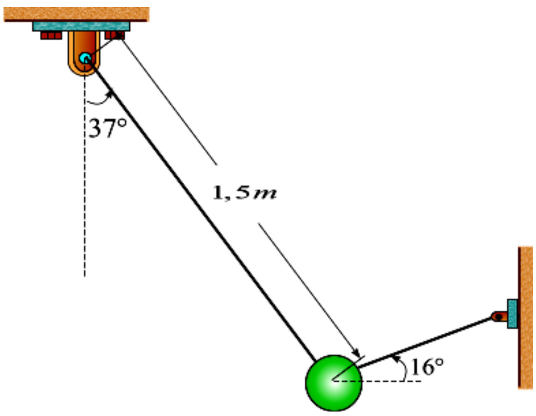
68. El disco mostrado en la figura comienza a girar desde el reposo en un plano horizontal con una aceleración angular constante de 0,75 rad/s^2. Sobre el disco descansa un bloque de 2 kg situado a 25 cm del eje de rotación. Si el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el disco es de μ_s = 0,75. Determine el tiempo que demora el bloque en iniciar su desplazamiento.



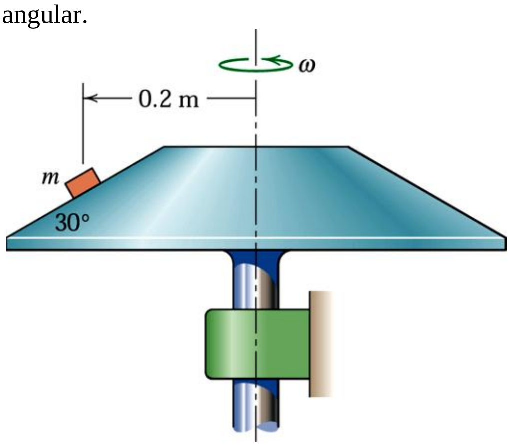
69. Un carrito pequeño de *1,5 kg* de masa entra en el punto más alto A de una trayectoria circular de radio R = *0,75 m*, con una velocidad horizontal v_0 = *0,5 m/s* y aumenta su velocidad conforme desciende por ella. Despreciando la fricción y considerando al carrito como partícula. Determine: (a) el ángulo β al cual empieza a dejar la superficie, (b) la correspondiente velocidad en ese instante.



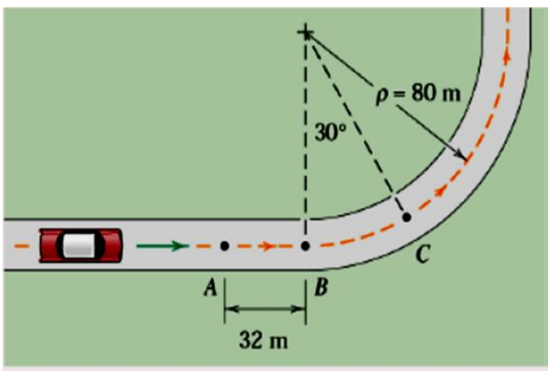
70. Una esfera de masa m = *2 kg* es suspendida en equilibrio mediante dos cables flexibles e inextensibles de masa despreciable como se muestra en la figura. Determine la tensión en la cuerda inclinada 37° con la vertical cuando: (a) la esfera se encuentra en la posición representada en la figura, (b) inmediatamente después de cortar el cable inclinado 16° con la horizontal y (c) cuando la esfera pasa por la posición más baja de su trayectoria.



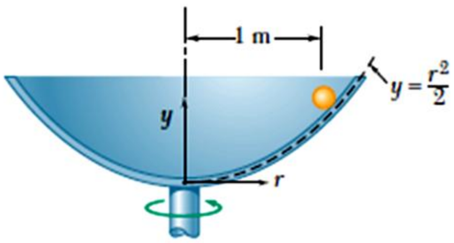
71. Un bloque pequeño de $m = 0{,}5\ kg$ es colocado sobre una superficie cónica giratoria a una distancia radial $R = 0{,}25\ m$ medida desde el eje de rotación. Si el coeficiente de fricción estática entre el pequeño bloque y la superficie cónica es $\mu_s = 0{,}75$. Determine la máxima velocidad angular alrededor del eje vertical a la cual debe girar el cono de tal manera que el bloque no deslice sobre la superficie. Desprecie los cambios de velocidad angular.



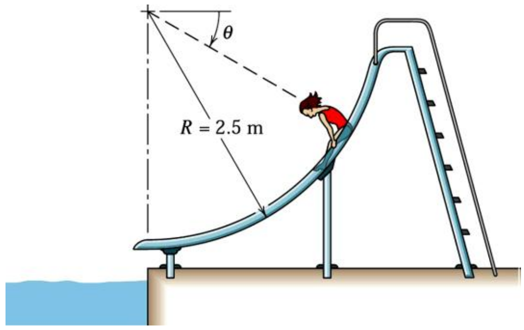
72. Un automóvil de 1500 kg de masa está viajando a 100 km/h sobre la porción recta de una carretera, y entonces su velocidad comienza a disminuir uniformemente desde A hasta C, punto en el cual llega al repos0. Determine la magnitud de la fuerza de fricción total **F** ejercida por la carretera sobre los neumáticos del automóvil: (a) justo después de pasar por el punto B, y (b) justo antes de llegar al reposo en el punto C



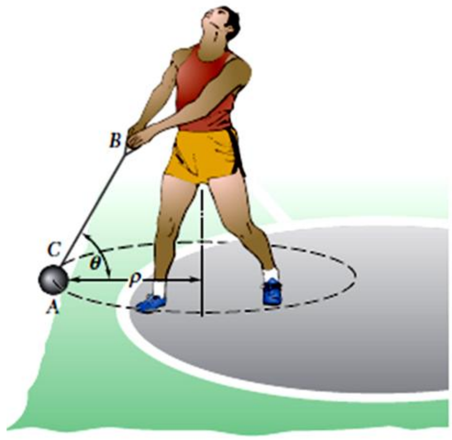
73. Una esfera de 1,5 kg está en repso respecto a un plato parbólico que gira a razón constante alrededor de un eje vertical. Si se desprecia la frición y sabiendo que $r = 1\ m$. determine: (a) la rapidez v de la esfera Y (b) la magnitud de reacción normal ejercida por la superficie parabólica sobre la esfera.



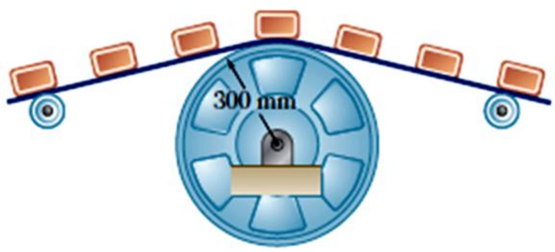
74. Iniciando desde el reposo cuando $\theta = 20°$, una niña desliza con fricción despreciable hacia abajo del tobogán el cual tiene la forma de arco circular de $2{,}5\ m$ de radio. Determine la aceleración tangencial, la velocidad de la niña y la fuerza ejercida por el tobogán de ella: (a) cuando $\theta = 30°$ y (b) cuando $\theta = 90°$



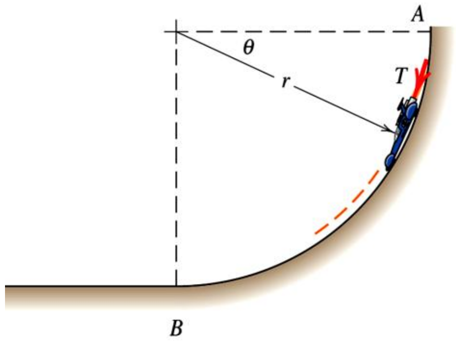
75. Durante los volteos de entrenamiento de un lanzador de martillo, el cabezal A de 7,1 kg del martillo gira en un círculo a la celeridad constante v como se muestra en la figura. Si $\rho = 0{,}93\ m$ y $\theta = 60°$. Determine: (a) la tensión en el alambre BC, (b) la celeridad del cabezal del martillo



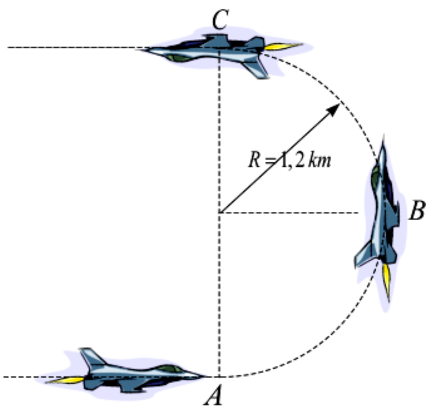
76. Una serie de pequeños paquetes se trasladan por medio de una banda transportadora delgada que pasa sobre las poleas locas de $300\ mm$ de radio. La banda inicia su movimiento desde el reposo en el tiempo $t = 0$ y su velocidad se incrementa a una tasa constante de $150\ mm/s^2$. Si el coeficiente de fricción estática entre los paquetes y la banda es de $\mu_s = 0{,}75$. Determine el tiempo necesario para que el primer paquete resbale.



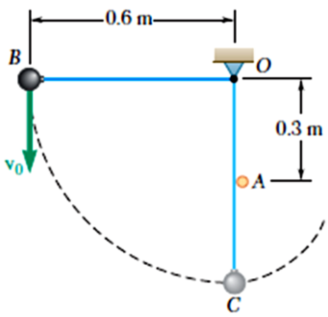
77. Un pequeño vehículo de propulsión por cohete, cuya masa es m, viaja hacia abajo por la trayectoria circular de radio efectivo r bajo la acción de su propio peso y del empuje constante T que le proporciona el motor. Si el vehículo parte del reposo en A. Determine: (a) la velocidad del vehículo cuando llega B y (b) la fuerza de reacción N_C ejercida por la guía sobre las ruedas justo antes de llegar a B. desprecie el rozamiento y la pérdida de masa del cohete.



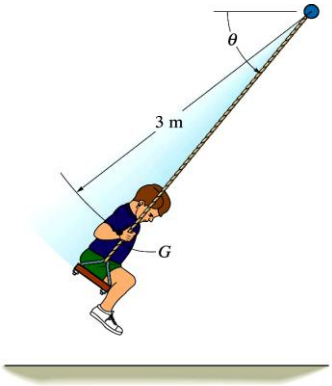
78. Con un reactor de entrenamiento, un piloto de 54 kg ejecuta un rizo vertical de 1200 m de radio de tal manera que la velocidad del avión disminuya a un ritmo constante. Sabiendo que los pesos aparentes del piloto en A y C son *1680 N* y *350 N*, respectivamente. Determine la fuerza que sobre él ejerce el asiento del avión cuando éste pase por B



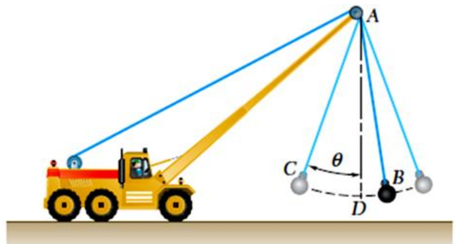
79. A una pequeña esfera de *0,2 kg* se le imprime una velocidad hacia abajo v_0 y oscila en un plano vertical, primero alrededor de O y luego en torno a la tachuela A después de que el cordón hace contacto con esta última. Determine la velocidad máxima permisible v_0 si la tensión en la cuerda no es mayor que *10 N*.



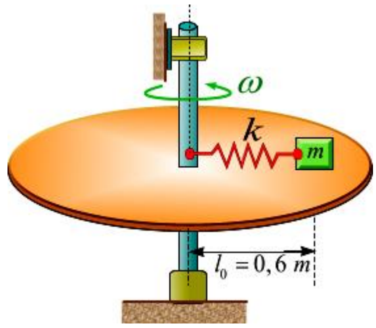
80. En el instante en que θ = 60°, el centro de masa G del niño se encuentra momentáneamente en reposo. Sabiendo que l niño tiene 30 kg de masa y despreciando el tamaño y la masa del asiente y de las cuerdas. Determine cuando θ = 90°: (a) la rapidez del niño, y (b) la tensión en cada una de las dos cuerdas de soporte del columpio.



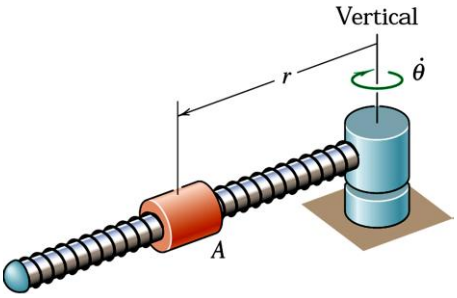
81. Una bola de demolición B de *600 kg* está suspendida de una grúa por un cable de acero AB de masa despreciable y de *12 m* de longitud y describe un arco vertical como se muestra en la figura. Determine: (a) la rapidez de la bola cuando se encuentra en el punto más bajo (θ = 0°) si se observa que el cable oscila describiendo un ángulo θ = 30°, (b) la tensión en el cable en la parte superior C de la oscilación, donde θ = 30°, y (c) la tensión en el cable en la parte inferior D de la oscilación.



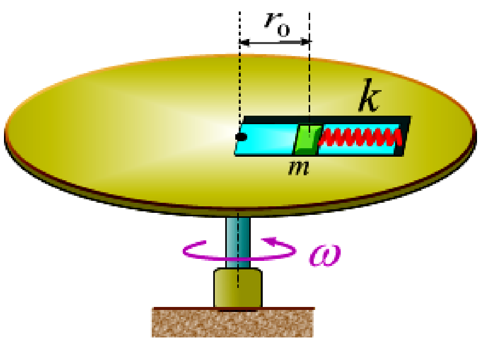
82. Un pequeño bloque de *2,5 kg* de masa descansa sobre una plataforma circular unido a un resorte cuya constante es *k = 120 N/m* cuya longitud sin deformar es l_0 = *0,6 m*. Considerando que la plataforma se encuentra girando alrededor de su eje vertical con una velocidad angular de ω = 60 rpm y despreciando el rozamiento entre el bloque y la plataforma. Determine el alargamiento del resorte.



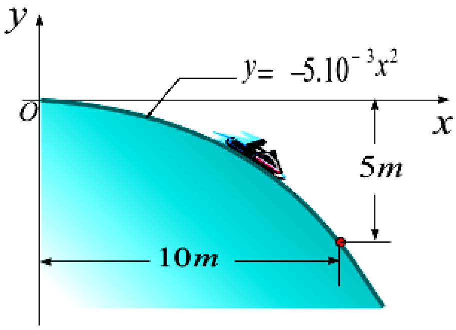
83. El collar A de 0,8 kg montado entre resortes oscila a lo largo de la barra horizontal que, a su vez, gira con una velocidad angular constante ω = *6 rad/s*. en cierto instante, la distancia *r* aumenta a razón de *0,8 m/s*. Si entre el collar y la barra el coeficiente de rozamiento cinético es μ_k = *0,40*. Determine la fuerza de rozamiento **F** que en ese instante ejerce la barra sobre el collar.



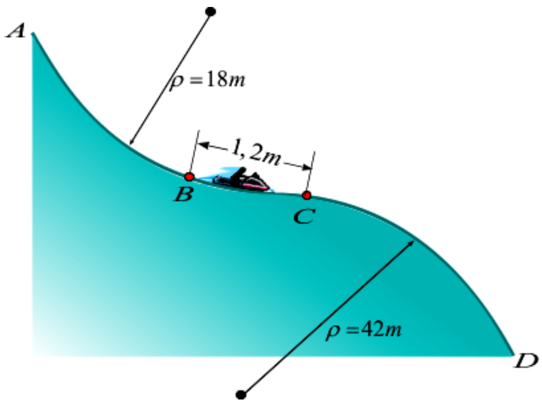
84. Un disco giratorio horizontal que tiene una ranura radial lisa se diseña para determinar experimentalmente la constante de un muelle. Dentro de la ranura se coloca un pequeño bloque de masa *m = 730 g* a una distancia r_0 = *28 cm*, del centro del disco, ocupando el resorte el resto de la ranura. Como se indica en la figura. Después se hace girar al disco hasta que alcance una velocidad angular ω *rev/s*, cuando el bloque está a una distancia *r = 30,5 cm*. Deducir una expresión para la constante **k** del resorte.



85. La moto de nieve de *200 kg* se mueve sobre una superficie de nieve cuya trayectoria puede aproximarse a la ecuación $y = -5.10^{-3}x^2$, como se muestra en la figura. Si cuando pasa por A tiene una rapidez de *4 m/s* la misma que se está incrementando a razón de *2 m/s*^{2}. Determine: (a) la fuerza normal resultante y (b) la fuerza de fricción total ejercida sobre la base de la moto de nieve en el punto A.



86. El tramo de tobogán está contenido en un plano vertical. Las partes AB y CD tienen los radios de curvatura que se muestran, mientras que el tramo BC es recto e inclinado 20° con respecto a la horizontal sabiendo que el coeficiente de fricción cinético entre la moto de nieve y la pista es μ_k = 0,10 y que la velocidad de la moto es 7,5 m/s en B. Determine la aceleración tangencial de la moto: 8ª) inmediatamente antes de llegar a B y (b) inmediatamente después de pasar por C.



87. El bloque B de masa *m = 50 kg* se mueve por una guía circular lisa contenida en un plano vertical, según se muestra en la figura. Cuando el bloque se halla en la posición representada, su celeridad es *2 m/s* hacia arriba y a la izquierda. Sabiendo que el resorte tiene una constante *k = 25 N/m* y su longitud sin deformar es de *300 mm*. Determine: (a) la aceleración del bloque y (b) la fuerza que sobre el ejerce la superficie de la guía.